

Písemná část zkoušky z předmětu AN3E
14. února 2020

Jméno a příjmení:

Zvolte si pořadí, v jakém budete příklady řešit. Vaše řešení nemusí být „kulturně“ zapsané, v tom případě ale přepište podstatné kroky i s komentářem na zvláštní list a odevzdejte tento zvláštní list (listy) i všechny ostatní listy, které jste při řešení popsali. Na jeden zvláštní list přepisujte řešení více příkladů – ideálně všech.

Tento list použijte jako obálku a podepište jej.

1. Vyjádřete funkci f jako součet mocninné řady se středem v bodě $a = 0$ a určete poloměr konvergence této řady.

$$f : x \mapsto \frac{x - 2}{x^2 - 4x - 5}$$

- *1. Vyřešte předchozí příklad pro střed v bodě $a = 2$. Vyřešení této varianty příkladu vám bude započítáno jako jeden a půl příkladu.
2. Vypočtěte derivaci podle vektoru $\mathbf{v} = (v_1, v_2)$ funkce f v bodě $\mathbf{a} = (0, 0)$. Určete, zda má funkce f v bodě \mathbf{a} slabou derivaci.

$$f : (x, y) \mapsto \begin{cases} \frac{x^2 y - 2xy^2}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

3. Jaké nejmenší a největší hodnoty nabývá funkce f na trojúhelníku o vrcholech v bodech A, B, C ? Pod trojúhelníkem máme na mysli obrazec i s body uvnitř, nejen jeho obvod.
Zakreslete trojúhelník i body, v nichž funkce nabývá extrému a jejich polohu zkontrolujte úvahou.

$$A = [0, 0], B = [2, 0], C = [0, 1] \quad f(x, y) = 2xy$$

4. Pro množinu M určete řezy rovnoběžné se souřadnými osami a vypočtěte integrál $\iint_M y^2 dx dy$.

$$M = \{[x, y] : y \leq 1 - x^2, y \geq 0\}$$

- *4. V předchozím příkladě vypočtěte integrál dvěma různými způsoby. Vyřešení této varianty příkladu vám bude započítáno jako jeden a půl příkladu.