Úlohy na řady funkcí II

1. Sečtěte řadu (součástí výsledku je i obor pro x)

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(x-2)^k}{k2^k}$$

2. Vypočtěte členy řady, znáte-li její částečné součty

   (a) $s_n(x) = \sin^{2n} x$

   (b) $s_n(x) = x - x^n$

3. Načrtněte grafy několika prvních částečných součtů řady z 2b.

*4. Ukažte na grafech z příkladu 3, že posloupnost z 2b není stejnoměrně konvergentní na intervalu $(0, 1)$.

5. Vyjádřete funkce f jako součet nekonečné mocninné řady se středem v bodě nula (součástí výsledku je i obor pro x).

   (a) $f : x \mapsto \frac{3}{1-2x}$

   (b) $f : x \mapsto \frac{3}{2-x}$

   NÁVOD: využijte vzorce pro součet nekonečné geometrické řady. V prvním případě dostanete první člen řady $a_1 = 3$ a kvocient $q = 2x$.

6. Vyjádřete funkce z předchozího příkladu jako součet nekonečné mocninné řady se středem v bodě jedna (součástí výsledku je i obor pro x).
   NÁVOD: tentokrát potřebujete funkční hodnotu upravit do tvaru $a/(1 - b(x - 1))$. Ze vztahu $a/(1 - b(x - 1)) = 3/(1 - 2x)$ lze pak a, b spočítat například porovnáním koeficientů lineárních výrazů – všimněte si, že výrazy na obou stranách rovnosti jsou převrácenými hodnotami lineárních výrazů.

7. Vyjádřete funkci $f : x \mapsto \frac{1}{x^2-3x+2}$ jako součet nekonečné mocninné řady se středem v bodě nula.
   NÁVOD: rozložte zlomek na součet parciálních zlomků a postupujte jako v předchozích příkladech.