

Úlohy na 12. ledna 2021

1. Vypočtete integrál

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} 1 - |\sin(\varphi)|^3 d\varphi$$

2. Vypočtete obsah množiny M v kartézských souřadnicích.

$$M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : y \geq x/2, y \leq 2x, xy < 1, xy > 0\}$$

3. Odvoďte inverzní transformaci k transformaci

$$(x, y) \mapsto (u, v) = (xy, y/x),$$

(Návod: $uv = \dots, u/v = \dots$ a jsme v 1. kvadrantu, dostaneme $y = \text{odmocnina z } uv \dots$)

vypočtete Jacobiovu matici

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{pmatrix}$$

a ukažte, že je inverzní k matici původní transformace spočítané na přednášce. Dále ukažte, že determinant Jacobiovy matice je roven převrácené hodnotě determinantu spočítaného na přednášce.

4. Vypočtete obsah množiny M z příkladu 2 substitucí (tj. dopočítejte příklad z přednášky).
5. Kde má těžiště trojice karet uvažovaná na přednášce? Kde má těžiště čtveřice, pětice?