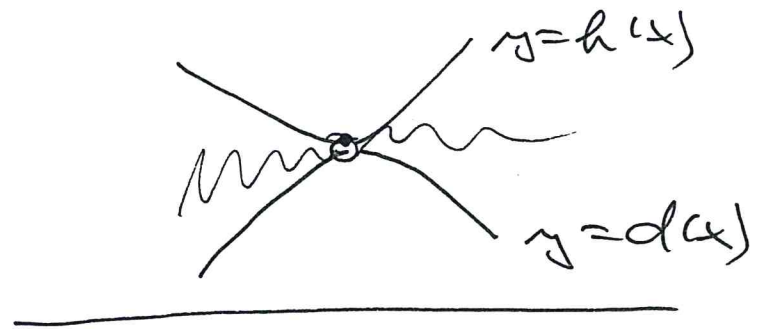


$$1b \quad f = f(x, y) \mapsto \frac{(x^2-1)y^2}{(x+1)^2 + 5y^2} =$$

$$= (x^2-1) \cdot \frac{y^2}{(x+1)^2 + 5y^2}$$

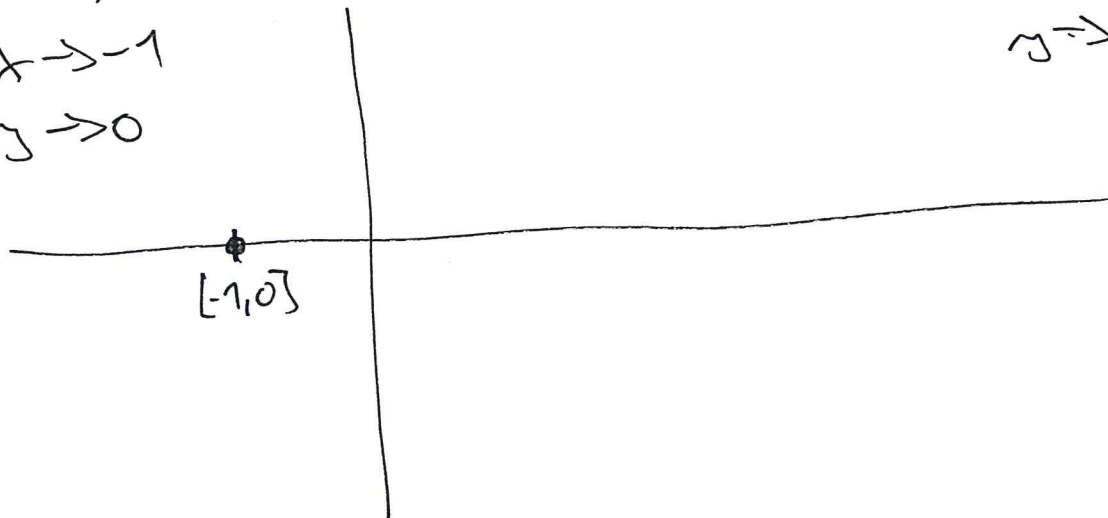
$\downarrow x \rightarrow -1$
 $0 \qquad \in [0; \frac{1}{5}]$



$$-\frac{1}{5}|x^2-1| \leq f(x, y) \leq |x^2-1| \cdot \frac{1}{5} \rightarrow 0$$

$\rightarrow 0$
 $x \rightarrow -1$
 $y \rightarrow 0$

$x \rightarrow -1$
 $y \rightarrow 0$



severní funkci

$g \cdot h$

$\left. \begin{array}{l} h \text{ je omezená} \\ g \text{ má limitu } 0 \end{array} \right\} \Rightarrow g \cdot h \text{ má limitu } 0$

$$|h(x)| \leq K$$

$$\begin{aligned} -K |g(x)| &\leq g(x) \cdot h(x) \leq |g(x)| \cdot |h(x)| \leq K |g(x)| \\ &\rightarrow 0 \qquad \qquad \qquad \leq K \rightarrow 0 \end{aligned}$$

Důsledek věty o severní funkci:

severní funkci, \neq nicméně jedná se o bodě a
limitu rovnou nule a druhá se v okolí
bodů a omezení má také limitu rovnou nule

$$f(x, y) = \frac{x^2 y}{x^4 + y^2}$$

osa $x \quad y=0$

$$f(x, 0) = 0$$

osa $y \quad x=0$

$$f(0, y) = 0$$

$y=x$: $f(x, x) = \frac{x^3}{x^4 + x^2} = \frac{x}{x^2 + 1} \rightarrow 0$

$y=kx$ $f(x, kx) = \frac{kx^3}{x^4 + k^2 x^2} = \frac{kx}{x^2 + k^2} \rightarrow 0$

$y=kx^2$ $f(x, kx^2) = \frac{kx^4}{x^4 + k^2 x^4} = \frac{k}{1+k^2}$
 $k=1 \quad \left. \vphantom{\frac{k}{1+k^2}} \right\} = \frac{1}{2}$



Záver: f nemá v bode $(0,0)$ limitu