Písemná část zkoušky z předmětu AN3

29. ledna 2021

1. Vyjádřete funkci f jako součet mocninné řady se středem v bodě nula a určete poloměr konvergence této řady.

$$f : x \mapsto \frac{6x}{1 - 9x^2}$$

*1 Vyjádřete funkci f jako součet mocninné řady se středem v bodě nula a určete poloměr konvergence této řady.

$$f : x \mapsto \frac{6}{(1 - 9x)^2}$$

2. Zjistěte, zda lze funkci f spojitě rozšířit.

$$f(x, y) = \frac{(x + 1)^2 y}{(x + 1)^2 + y^2}$$

*2 Zjistěte, zda lze funkci f spojitě rozšířit.

$$f(x, y) = \frac{(x + y + 1)^2}{(x + y + 1)^2 + (x - y - 1)^2}$$

3. Nalezněte maximální a minimální hodnotu funkce f na elipse o hlavních vrcholech $A = [-2, 0]$, $B = [4, 0]$ a vedlejší poloose o velikosti dva. Výpočet zkontrolujte obrázkem.

$$f(x, y) = 2x + y$$

*3 Nalezněte maximální a minimální hodnotu funkce f na elipse o hlavních vrcholech $A = [-2, 0]$, $B = [4, 0]$ a vedlejší poloose o velikosti dva.

$$f(x, y) = (2x + y)^2$$

4. Vypočtěte gradient funkce f v bodě $\mathbf{a} = [1, 0]$ a zjistěte, zda má f v bodě $\mathbf{a}$ derivaci.

$$f(x, y) = \frac{(x - 1)y}{(x - 1)^2 + y^2} \text{ pro } [x, y] \neq [1, 0] \qquad f(1, 0) = 0$$

*4 Vypočtěte gradient funkce f v bodě $\mathbf{a} = [0, 2]$ a zjistěte, zda má f v bodě $\mathbf{a}$ derivaci.

$$f(x, y) = \frac{(x-1)^2}{(x-1)^2 + y^2} \text{ pro } [x, y] \neq [1, 0] \qquad f(1, 0) = 0$$

5. Vypočtěte y-ovou souřadnici těžiště obrazce O. Výsledek zkontrolujte obrázkem.

$$O = \{[x, y] \in \mathbb{R} : 3 - 2x \leq y \leq 3 - x^2\}$$