

Písemná část zkoušky z předmětu AN3
2. února 2021

Jméno a příjmení:

Zvolte si pořadí, v jakém budete příklady řešit. Vaše řešení nemusí být „kulturně“ zapsané, v tom případě ale přepište podstatné kroky i s komentářem na zvláštní list a odevzdejte tento zvláštní list (listy) i všechny ostatní listy, které jste při řešení popsali. Na jeden zvláštní list přepisujte řešení více příkladů – ideálně všech.

Tento list použijte jako obálku a podepište jej.

1. Vyjádřete funkci f jako součet mocninné řady se středem v bodě jedna a určete poloměr konvergence této řady.

$$f(x) = \frac{12}{1 - 9x^2}$$

- *1. Vyjádřete funkci f jako součet mocninné řady se středem v bodě jedna a určete poloměr konvergence této řady.

$$f(x) = \frac{2}{x^3}$$

2. Vypočtěte limity funkce f po všech přímkách v bodě, ve kterém funkce není definovaná. Co odtud plyne pro dvojnou limitu v tomto bodě?

$$f(x, y) = \frac{(x + y - 3)^3}{(2x - y)^2 + (y - 2)^2}$$

- *2. Zjistěte, zda je možné funkci f z příkladu 2 spojitě rozšířit.
3. Vypočtěte gradient funkce f v bodě $\mathbf{a} = [1, 3]$ a použijte ho k napsání rovnice tečné roviny.

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{3xy} - x\sqrt{y+1}}{(4x - y)^2}$$

- *3. Vypočtěte derivaci funkce z příkladu 3 a zdůvodněte její existenci.
4. Nalezněte maximální a minimální hodnotu funkce f na množině H .

$$f(x, y) = (x + 3y - 5)^2 \quad H = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x \in [1, 3], y \in [1/x, 1]\}$$

- *4. Na základě výsledku příkladu 4 zjistěte, zda funkce f nabývá na množině H hodnoty dva.

5. Určete souřadnice těžiště obrazce H z příkladu 4. Výsledek nevyčíslujte.
- *5. Odhadněte hodnotu logaritmu ve výsledku příkladu 5 a výsledek porovnejte s obrázkem.