

Úlohy na vázané extrémny
9. listopadu 2021

1. Nalezňte extrémny funkce $f(x, y) = 9x^2 - 6xy^2 - 12xy + 8y^3$ na obvodu obdélníku $M = [0, 3] \times [0, 2]$.
2. Nalezňte extrémny funkce $f(x, y) = x^2 - xy^2$ na obvodu trojúhelníku ABC , $A = [-1, 0]$, $B = [1, 0]$, $C = [0, 1]$.
3. Načrtněte vrstevnice funkce $f(x, y) = x + 2y$ a na elipse o vrcholech $[-1, 0]$, $[1, 0]$, $[0, 3]$, $[0, -3]$ vyznačte body, v nichž funkce f nabývá na této elipse extrémny. Souřadnice bodů pak spočítejte metodou lagrangeových multiplikátorů.
4. Nalezňte extrémny funkce $f(x, y) = xy$ na elipse z předchozího příkladu. Výpočet zkontrolujte načrtnutím vrstevnic.
5. Nalezňte extrémny funkce $f(x, y) = x^2y + y^3$ na kružnici o poloměru $r = 1$ a se středem v počátku.
6. Do půlkruhu o poloměru R je vepsán obdélník tak, že jedna jeho strana leží na průměru půlkruhu. Načrtněte obrázek a vyjádřete obsah obdélníku jako funkci vzdáleností jeho vrcholů ležících na poloměru od krajů poloměru. Zformulujte úlohu na nalezení obdélníku o největším obsahu jako funkci na globální extrém funkce dvou proměnných. Převeďte úlohu na extrém funkce jedné proměnné.
7. Zformulujte podobnou úlohu pro rovnostranný trojúhelník místo půlkruhu.