

Úlohy na 30. listopadu 2021

1. Zvolte $t_0 > 0$, $s_0 > 0$ (konkrétní číselné hodnoty) a vypočtete derivaci funkce f v bodě t_0 a vektor zakreslete do bodu $f(t_0)$

$$f(t) = (ts_0, s_0/t).$$

Z parametrických rovnic křivky $[x, y] = f(t)$ vylučte parametr t a křivku načtrněte. Křivku i tečný vektor zakreslete do jednoho obrázku.

2. Na přednášce jsme k zobrazení

$$f(x, y) = (xy, y/x), \quad x > 0, y > 0$$

vypočetli inverzní zobrazení

$$f^{-1}(u, v) = (\sqrt{u/v}, \sqrt{uv}), \quad u > 0, v > 0$$

a jeho Jacobiovu matici J a Jacobián $\det J$.

- (a) Vyjádřete matici J pomocí proměnných x , y (tj. dosadte $u = xy$, $v = y/x$).
- (b) Vypočtete Jacobiovu matici zobrazení f , označte ji J_f a vypočtete součin matic JJ_f . Budete-li počítat správně, vyjde vám jednotková matice. Co odtud plyne pro vzájemný vztah $\det J$, $\det J_f$?

3. Vypočtete plochu obrazce

$$M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x > 0, y > 0, xy \in [1/2, 1], y \in [x/2, 2x]\}$$