Úlohy na Taylorovy řady

14. prosince 2021

1. Ukažte, že pro $x \in \mathbb{R}$ platí

$$\sin(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)!} x^{2k+1}$$

2. Ukažte, že pro $x \in \mathbb{R}$ platí

$$\exp(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} x^k$$

(3*) Ukažte, že funkce f má v nule derivace všech řádů rovny nule

$$f(x) = \begin{cases} \exp(-1/x^2) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

4. Vyjádřete funkci f jako součet nekonečné geometrické řady a určete interval, na které jste ji vyjádřili. Zdůvodněte, že tato geometrická řada je Taylorovou řadou funkce f.

$$f(x) = \frac{3}{1 - x/2}$$

4a

$$f(x) = \frac{1}{2 + x}$$

5. Nalezněte Taylorovu řadu funkce f v bodě $x_0 = 0$ a určete její poloměr konvergence

$$f(x) = \frac{3}{1 - x/2} + \frac{1}{2 + x}$$

5a

$$f(x) = \frac{14 + 5x}{4 - x^2}$$