

[LZ] 1.31 (i) \Leftrightarrow (ii)

(i) \Rightarrow (ii)

$f: X \rightarrow Y$ spojité na X

$G \subseteq Y$, G otevřená

cil: ukázat, že $f^{-1}(G)$ je otevřená

veďť $a \in f^{-1}(G)$ tj $f(a) \in G$

G je otevřená, tedy $f(a)$ je vnitřní bod G

z 1.30 (iv) plyne, že a je vnitřní bod $f^{-1}(G)$

Toto platí pro každé $a \in f^{-1}(G)$,

tedy $f^{-1}(G)$ je otevřená.

(ii) \Rightarrow (i)

$a \in X$, chceme ukázat, že f je spojité v a

zvolme $\varepsilon > 0$, $G = U_\varepsilon(f(a))$, tak je

$f^{-1}(U_\varepsilon(f(a)))$ otevřená, tedy

$(\exists \delta > 0) (U_\delta(a) \subseteq f^{-1}(U_\varepsilon(f(a))))$

tj $\forall x \in U_\delta(a)$ plyne $f(x) \in U_\varepsilon(f(a))$

tedy f je spojité v a