

## Písemná část zkoušky z AN3

7. ledna 2022

1. Vypočtete dvojný integrál z funkce  $f$  přes trojúhelník  $ABC$

$$f(x, y) = y \quad A = [0, 0], B = [2, 2], C = [0, 6]$$

- 1\* Vyřešte úlohu 1 a navíc určete polohu těžiště trojúhelníku  $ABC$ .
2. Načrtněte vrstevnice funkcí  $f, g$  procházející bodem  $B = [1, 3]$ . Vypočtete  $\text{grad } f(B)$ ,  $\text{grad } g(B)$  a umístěte je do bodu  $B$ .

$$f(x, y) = x^2 + y^2 \quad g(x, y) = x - 2y$$

- 2\* Vyřešte úlohu 2 a vypočtete navíc obsah rovnoběžníku, jehož strany jsou tvořeny vektory spočítanými a umístěnými do  $B$ .
3. Vypočtete derivaci podle vektoru  $\mathbf{v} = (v_1, v_2)$  funkce  $f$  v bodě  $\mathbf{a} = (0, 0)$ . Určete, zda má funkce  $f$  v bodě  $\mathbf{a}$  slabou derivaci.

$$f : (x, y) \mapsto \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- 3\* Pokud by funkce  $f$  popisovala nadmořskou výšku a vy jste se měla vydat z bodu  $\mathbf{a}$  v jednom ze směrů  $(1, 2)$ ,  $(2, 1)$ , který byste si vybrala a proč.
4. Jaké nejmenší a největší hodnoty nabývá funkce  $f$  na elipse o vrcholech v bodech  $A, B, C, D$ ? Pod elipsou máme na mysli obrazec – tedy nejen křivku, ale i body uvnitř.  
Zakreslete elipsu i body, v nichž funkce nabývá extrému a jejich polohu zkontrolujte úvahou.

$$A = [-1, 0], B = [0, -3], C = [1, 0], D = [0, 3] \quad f(x, y) = 1 + x - y$$

- 4\* Totéž pro funkci  $f(x, y) = (1 + x - y)^2$ .
5. Určete Taylorovu řadu funkce  $f$  se středem v bodě  $x_0 = 0$  a určete poloměr konvergence této řady.

$$f(x) = \frac{3}{2 + x - x^2}$$

- 5\* Totéž pro funkce  $f(x) = \frac{1}{1+x}$ ,  $g(x) = \frac{-1}{(1+x)^2}$