

Písemná část zkoušky z AN3

28. ledna 2022

1. Vypočtete dvojný integrál z funkce f přes trojúhelník ABC

$$f(x, y) = x \quad A = [-1, 0], B = [2, 0], C = [0, 2]$$

- 1* Vyřešte úlohu 1 a navíc určete polohu těžiště trojúhelníku ABC .
2. Vypočtete limity funkce f v bodě $\mathbf{a} = (0, 0)$ po všech přímkách. Co lze z výsledků usoudit o existenci limity funkce f v bodě \mathbf{a} ?

$$f(x, y) = \frac{xy^2}{x^2 + y^4}$$

- 2* Zjistěte, zda má funkce f v bodě \mathbf{a} limitu a svůj závěr zdůvodněte.
3. Vypočtete derivaci podle vektoru $\mathbf{v} = (v_1, v_2)$ funkce f v bodě $\mathbf{a} = (0, 0)$. Určete, zda má funkce f v bodě \mathbf{a} slabou derivaci.

$$f : (x, y) \mapsto \begin{cases} \frac{x^2y}{x^2+y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- 3* Pokud by funkce f popisovala nadmořskou výšku a vy jste se měla vydat z bodu \mathbf{a} v jednom ze směrů $(2, 1)$, $(1, 4)$ a chtěla jste zvolit větší/menší (vyberte sama) stoupání, který byste si vybrala?.
4. Jaké nejmenší a největší hodnoty nabývá funkce f na elipse o vrcholech v bodech A, B, C, D ? Pod elipsou máme na mysli obrazec – tedy nejen křivku, ale i body uvnitř.
Zakreslete elipsu i body, v nichž funkce nabývá extrému a jejich polohu zkontrolujte úvahou.

$$A = [-4, 0], B = [0, -1], C = [4, 0], D = [0, 1] \quad f(x, y) = xy$$

- 4* Pro tutéž funkci na trojúhelníku ABC .
5. Určete Taylorovu řadu funkce f se středem v bodě $x_0 = 0$ a určete poloměr konvergence této řady.

$$f(x) = \frac{3}{2 + x - x^2}$$

- 5* Totéž pro funkce $f(x) = \frac{1}{1+x}$, $g(x) = \frac{-1}{(1+x)^2}$