Písemná část zkoušky z AN3

9. února 2022

1. Načrtněte množinu M a vypočtěte dvojný integrál z funkce f přes tuto množinu.

$$f(x,y) = y \qquad M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, y(x+1) \leq 3 - x\}$$

1* Vyřešte úlohu 1 a navíc určete polohu těžiště množiny M. Těžiště zakreslete do obrázku, použijte přitom $\log(2) \doteq 0.7$

2. Vypočtěte limity funkce f v bodě $\mathbf{a} = (0,0)$ po všech přímkách. Co lze z výsledků usoudit o existenci limity funkce f v bodě $\mathbf{a}$?

$$f(x,y) = \frac{x^3 y}{x^6 + y^2}$$

2* Zjistěte, zda má funkce f v bodě $\mathbf{a}$ limitu a svůj závěr zdůvodněte.

3. Napište rovnici tečné roviny v bodě $\mathbf{a} = (-1,1)$ ke grafu funkce

$$f(x,y) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

3* Má funkce f v bodě $\mathbf{a}$ slabou a silnou derivaci? Pokud ano, napište ji.

4. Nalezněte stacionární body funkce f a určete jejich typ.

$$f(x,y) = x^2 - xy + 3x - y^3 + 2y$$

4* Napište Taylorův polynom stupně dva ve vámi zvoleném stacionárním bodě funkce f. Jak tento polynom souvisí s existencí extrému?

5. Určete Taylorovu řadu funkce f se středem v bodě $x_0 = 0$.

$$f(x) = \frac{3x + 2}{x^2 - 4}$$

5* Vyřešte úlohu 5 a určete, pro která $x \in \mathbb{R}$ řada konverguje.