

Písenná část zkoušky z AN3

15. února 2022

1. Načrtněte množinu M a vypočtěte dvojný integrál z funkce f přes tuto množinu.

$$f(x, y) = y \quad M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, y(x+1) \leq 4-x\}$$

- 1* Vyřešte úlohu 1 a navíc určete polohu těžiště množiny M . Těžiště zakreslete do obrázku, použijte přitom $\log(5) \doteq 1.6$
2. Určete definiční obor funkce f a zjistěte, zda ji lze spojitě rozšířit.

$$f(x, y) = \frac{xy^2}{x^2 + y^2}$$

2*

$$f(x, y) = \left(\frac{xy^2}{x^2 + y^2}, \frac{xy^2}{(x+1)^2 + y^2} \right)$$

3. Napište rovnici tečné roviny v bodě $\mathbf{a} = (2, 1)$ ke grafu funkce

$$f(x, y) = y\sqrt{x^2 + y^2}$$

- 3* Má funkce f v bodě \mathbf{a} slabou a silnou derivaci? Pokud ano, napište ji.
4. Jaké největší a nejmenší hodnoty nabývá funkce f na obvodu trojúhelníku ABC ?

$$f(x, y) = x^2y + xy^2 - 3xy \quad A = [-3, 0], B = [3, 0], C = [0, 3]$$

- 4* Řešte předchozí úlohu na trojúhelníku jako obrazci – tedy včetně vnitřních bodů.
5. Určete, pro která $x \in \mathbb{R}$ konverguje řada a pro která konverguje absolutně.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k}{k3^k} x^k$$

- 5* V úloze 5 navíc řadu sečtěte.