

Úlohy na parciální derivace a vrstevnice

1. Napište definici parciální derivace funkce f podle proměnné y .

2. Pro funkci f

$$f(x, y) = x^2 + 3xy + 2y^2$$

- (a) Vypočtete parciální derivace v bodě $\mathbf{A} = [x_0, y_0]$.
- (b) Vypočtete derivaci v bodě $\mathbf{A} = [x_0, y_0]$ podle vektoru $\mathbf{v} = (1, 0)$ a ukážete, že se rovná parciální derivaci podle x . Obdobně pro vektor $\mathbf{v} = (0, 1)$ a derivaci podle y .
- (c) Vypočtete derivaci funkce f v bodě $\mathbf{B} = [-1, 1]$ podle vektoru $\mathbf{v} = (1, -2)$ a podle obecného vektoru $\mathbf{v} = (v_1, v_2)$.
- (d) Načrtněte grafy funkcí

$$g : t \mapsto f(-1 + t, 1 - 2t) \quad h : t \mapsto f(-1 + 2t, 1 - 4t)$$

- (e) Co lze z grafů z minulého cvičení vyčíst o vztahu veličin $D_{\mathbf{v}}f(\mathbf{a})$ a $D_{2\mathbf{v}}f(\mathbf{a})$?

3. Napište rovnici tečné roviny ke grafu funkce f v bodě $[1, -2]$

$$f : (x, y) \mapsto \frac{x - xy - y^2}{x + y}$$

4a Načrtněte vrstevnice funkce f , na jedné vrstevnici zvolte bod A , vypočtete $\text{grad}f(A)$ a umístěte jej do bodu A . Zkontrolujte polohu gradientu a vrstevnice.

$$f(x, y) = xy$$

4b

$$f(x, y) = 3x - 2y + 1$$

4c

$$f(x, y) = x^2 - y^2$$

4d

$$f(x, y) = \sqrt{3 - x^2 - y^2}$$

*4e

$$f(x, y) = \frac{x - 2y}{x^2 + y^2}$$

*4f

$$f(x, y) = \frac{x^2y}{x^4 + y^2}$$