

Úlohy na spojitost a limity funkcí dvou proměnných

- 1a Zjistěte, zda lze funkci f spojitě rozšířit (tj. zda má limitu v bodě, ve kterém není definovaná)

$$f(x, y) = \frac{3xy}{x^2 + 5y^2}$$

1b

$$f(x, y) = \frac{2(x-1)^2 - y^2}{(x-1)^2 + y^2}$$

1c

$$f(x, y) = \frac{(x^2 - 1)y^2}{(x+1)^2 + 5y^2}$$

- 2a Vypočtěte hodnoty limit funkce f v počátku po všech přímkách. Co odtud plyne pro limitu funkce f v počátku?

$$f : (x, y) \mapsto \frac{x^3 y^2}{x^6 + y^4}$$

2b

$$f : (x, y) \mapsto \frac{xy^3}{x^6 + y^4}$$

- 3a Nechte WolframAlpha/GeoGebru nebo jiný software vykreslit graf funkce f a z grafu odhadněte, zda je možné ji spojitě rozšířit na \mathbb{R}^2 . Svůj odhad zkontrolujte výpočtem.

$$f : (x, y) \mapsto \frac{(x^2 - x)(y^2 - 4)}{x^2 + (y - 2)^2}$$

3b

$$f : (x, y) \mapsto \frac{(x + y - 3)(x - y + 1)}{(x - 1)^2 + (y - 2)^2}$$

3c

$$f : (x, y) \mapsto \frac{y^3}{(x + 3)^2 + y^2}$$