

## Úlohy na dvojný a dvojnásobný integrály

1. Množina  $T$  je trojúhelník  $ABC$  (myslíme tím obrazec, tedy nejen body na stranách trojúhelníku, ale i uvnitř). Napište, pro jaká  $x \in \mathbb{R}$  jsou řezy  $T_{x,*}$  neprázdné a napište tyto řezy jako interval. Totéž udělejte pro řezy  $T_{*,y}$ .

$$A = [1, 1], B = [2, 0], C = [0, 4]$$

2. Vypočtěte dvojný integrál z funkce  $f$  přes trojúhelník  $ABC$  z předchozího příkladu.

$$f(x, y) = x^2 + y$$

3. Předpokládáme, že jste v předchozím příkladě použili Fubiniovu větu a převedli dvojný integrál na dvojnásobný. Vypočtěte dvojnásobný integrál v opačném pořadí.

4. Popište řezy  $M_{x,*}$ ,  $M_{*,y}$ , je-li  $M$  čtyřúhelník  $ABCD$ .

$$A = [0, 0], B = [2, 2], C = [0, 1], D = [-3, 3]$$

a vypočtěte integrál

$$\int_{M_{*,3/2}} x \, dx$$

5. Načrtněte množinu  $M$  a popište řezy  $M_{x,*}$ ,  $M_{*,y}$ .

$$M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : y \leq 3 - x^2, y \geq x + 1\}$$