

Úlohy na dvojné integrály II

1. Vypočtete obsah a souřadnice těžiště trojúhelníku ABC elementárně i pomocí integrálu.

$$A = [0, 0] \quad B = [3, 1] \quad C = [1, 3]$$

2. Vypočtete integrál z funkce f přes kruh se středem v počátku a s poloměrem R .

$$f(x, y) = \exp(-x^2 - y^2)$$

3. Vypočtete integrál z funkce f přes kruh se středem v počátku a poloměrem $r = 2$.

$$f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$$

4. Co je grafem funkce z minulého příkladu?

5. Vypočtete obsah množiny M

$$M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : y \geq x/2, y \leq 2x, xy < 1, xy > 0\}$$

6. Vypočtete polohu těžiště čtvrtkruhu o poloměru R .

(7*) Kolik hodů jehlou potřebujete provést k výpočtu π s přesností na desetinu s pravděpodobností 95%?

(8*) Jak je třeba skládat karty na sebe tak, aby držely (těžiště horní skupiny karet je vždy umístěno na kartě pod nimi nebo alespoň na jejím okraji). A jak dlouhý pruh můžete takto získat?

9* Vypočtete dvojný integrál z funkce $f(x, y) = x^2 + y^2$ přes kruh o středu v bodě $S = [0, 1]$ a poloměru $r = 1$.

- 10* Vypočtete objem a souřadnice těžiště čtyřstěnu $OABC$.

$$O = [0, 0, 0] \quad A = [1, 0, 0] \quad B = [0, 1, 0] \quad C = [0, 0, 1]$$