Úlohy na řady funkcí

1a Vypočtěte poloměr konvergence řady

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{k^2 2^k}{(k^4+1)}(x-3)^k$$

1b

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{k^2 3^k}{2^k}(x+2)^k$$

1c

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{k!}{(2k)!}x^k$$

2a-c Určete, pro která $x \in \mathbb{R}$ řada v předchozí úloze konverguje.

3a Nalezněte Taylorovu řadu exponenciální funkce ($f(x) = \exp(x)$) se středem v bodě $x_0 = 0$.

3b Funkce sinus.

3c Funkce kosinus.

3d Funkce $f(x) = \log(1+x)$ (přirozený logaritmus).

3e Funkce $f(x) = 1/x$ se středem v bodě $x_0 = 1$.

4a–e Určete poloměr konvergence a obor konvergence řad z předchozí úlohy.

5a Vyjádřete funkci f jako součet nekonečné geometrické řady a určete interval, na kterém jste ji vyjádřili.

$$f(x) = \frac{3}{1-x/2}$$

5b

$$f(x) = \frac{1}{2+x}$$

NÁVOD: zlomek rozšiřte jednou polovinou.

6a Vyjádřete funkci f jako součet mocninné řady se středem v bodě nula

$$f(x) = \frac{3}{1-x/2} + \frac{1}{2+x}$$

6b

$$f(x) = \frac{14+5x}{4-x^2}$$