

Písemná část zkoušky z AN3

31. ledna 2023

1. Načrtněte vrstevnice funkcí f, g procházející bodem $B = [2, 1]$. Vypočtěte grad $f(B)$, grad $g(B)$ a umístěte je do bodu B .

$$f(x, y) = x^2 + 3y^2 \quad g(x, y) = 2x - 3y$$

- 1* Vypočtěte determinant matice, jejíž řádky jsou grad $f(B)$, grad $g(B)$. Jaký má tento determinant geometrický význam?
2. Vypočtěte derivaci podle vektoru $\mathbf{v} = (v_1, v_2)$ funkce f v bodě $A = [1, 1]$.

$$f(x, y) = \frac{x^2 y^3}{x^2 + y^2}$$

- 2* Napište Taylorův polynom stupně 1 funkce f v bodě A .
3. Nalezněte stacionární body funkce f a určete jejich typ.

$$f(x, y) = x^4 - 8xy + y^4$$

- 3* Válcové nádoby s objemem 20 litrů se budou vyrábět z dvojího plechu: na obě podstavy válce se užije materiál dvakrát dražší než na jeho plášť. Jak se má zvolit poměr výšky h válce a poloměru r podstav, aby cena celé nádoby byla co nejmenší?
4. Vypočtěte dvojný integrál z funkce f přes trojúhelník ABC

$$f(x, y) = 6x + 2y \quad A = [-2, 0], B = [2, 0], C = [0, 2]$$

- 4* Integrál vypočtěte prostředky elementární geometrie.

Návod: Podívejte se na vzorec pro těžiště a přemýšlejte, co z tohoto vzorce plyne.

5. Určete Taylorovu řadu funkce f se středem v bodě $x_0 = 0$, vypočtěte alespoň šest koeficientů.

$$f(x) = \frac{2}{x+1} - \frac{1}{x-1}$$

5*

$$f(x) = \frac{x-3}{x^2-1}$$