

Úloha k přednášce z Matematické analýzy 3 na cvičení 17. prosince 2024

1. Rozdělte interval $[a, b]$: $a = x_0 < x_1 < x_2 < x_3 = b$,
a interval $[c, d]$: $c = y_0 < y_1 < y_2 < y_3 < y_4 = d$.

Ukažte, že

$$\sum_{j=0}^3 y_{j+1} - y_j = d - c$$

$$\sum_{i=0}^2 x_{i+1} - x_i = b - a$$

$$\sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^3 (x_{i+1} - x_i)(y_{j+1} - y_j) = (b - a)(d - c)$$

2. Dále ukažte, že pro $H_{ij}, D_{ij}, i \in \{0, 1, 2\}, j \in \{0, 1, 2, 3\}$ platí:

Pokud je $(\forall i \in \{0, 1, 2\})(\forall j \in \{0, 1, 2, 3\})(H_{ij} - D_{ij} < \varepsilon)$ pak je

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^3 (x_{i+1} - x_i)(y_{j+1} - y_j)H_{ij} - \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^3 (x_{i+1} - x_i)(y_{j+1} - y_j)D_{ij} < \\ < (b - a)(d - c)\varepsilon \end{aligned}$$