

**Písemná část zkoušky z předmětu AN3E/FVP
19. února 2016**

Jméno a příjmení:

Zvolte si pořadí, v jakém budete příklady řešit. Vaše řešení nemusí být „kulturně“ zapsané, ale po vyřešení příkladu přepište podstatné kroky i s komentářem na zvláštní list a odevzdejte tento zvláštní list (listy) i všechny ostatní listy, které jste při řešení popsali. Na jeden zvláštní list přepisujte řešení více příkladů – ideálně všech.

Tento list použijte jako obálku a podepište jej.

Pro úspěšné absolvování musíte písemnou část napsat na alespoň 51%.

1. Ukažte, že funkci f je možné spojitě rozšířit do bodu $O = (0, 0)$, že toto rozšíření má v bodě O silnou derivaci a tuto silnou derivaci vypočtete.

$$f : (x, y) \mapsto \left(\frac{x^6}{x^4 + y^6}, 3y - x^3, \operatorname{arctg} x \right)$$

2. Pro funkci $f : (x, y) \mapsto 3^{-3x^2 - y^2 + x - 4y}$ nalezněte lokální extrémy a určete jejich typ.
3. Metodou Lagrangeových multiplikátorů nalezněte maximum a minimum funkce f na množině M a výsledek zkontrolujte grafickým řešením.

$$f : (x, y) \mapsto x - y, \quad M = \{(x, y) \in \mathbb{R} : 4x^2 + 9y^2 = 36\}.$$

4. Načrtněte těleso T a odhadněte jeho objem a polohu těžiště.

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, z \in [0, 2 - x^2 - y^2]\}$$

Poté vypočtete objem V a integrál

$$S = \int_T z \, dx \, dy \, dz$$

a vypočtete polohu těžiště $(0, 0, S/V)$.