

Literatura: [IC2] (viz odkaz na stránkách k AN3E/FVP)

Derivace je v [IC2] nazývána diferenciál, definice je na straně 94 nahoře.

Definice derivace ve směru je v [IC2] na straně 92 nahoře.

My jsme navíc zaváděli *slabou derivaci funkce f v bodě a* jako zobrazení L , které vektoru v přiřadí derivaci funkce f v bodě a ve směru v za předpokladu, že je toto zobrazení lineární. V příkladě 14.3 na straně 92 v [IC2] je uvedena funkce, která má v zadaném bodě derivace ve všech směrech, ale nemá slabou derivaci (příslušné zobrazení není lineární).

1. Vypočtete derivaci a derivaci ve směru $v = (v_1, v_2)$ funkce

$$f : (x, y) \mapsto \arcsin \frac{x + y}{x^2 + y^2}$$

v bodě $a = [1, -1]$.

Návod: použijte věty 14.3, 14.4 z [IC2].

2. Zjistěte, zda lze následující funkce spojitě rozšířit do bodu $a = [0, 0]$. Pokud ano, zjistěte, zda má toto rozšíření v bodě a derivaci a derivaci ve směru $v = (v_1, v_2)$ a vypočtete je (pokud existují). Dále napište rovnici tečné roviny (pokud existuje) ke grafu funkce f v bodě a .

(a)

$$f(x, y) = \frac{x^4 y^2}{x^4 + y^4}$$

(b)

$$f(x, y) = \frac{x^4}{x^4 + y^4}$$

(c)

$$f(x, y) = \frac{x^4 y}{x^4 + y^4}$$

(d)

$$f(x, y) = \left[\frac{x^4 y^2}{x^4 + y^4}, 3x + 1, xy^2 \right]$$

3. Jsou dány funkce

$$f(x, y) = x^3 y^2$$

$$g(r, \varphi) = f(r \cos \varphi, r \sin \varphi)$$

Vypočtěte $\frac{\partial g}{\partial r}$, $\frac{\partial g}{\partial \varphi}$

- (a) výpočtem $g(r, \varphi)$ dosazením a následným zderivováním,
- (b) použitím věty o derivaci složené funkce. Upravte výsledky tak, aby bylo vidět, že jsou stejné.
[IC2], str. 96 nahoře, věta 14.5, poznámka 14.9.