

Požadavky ke zkoušce z AN1E/KA1

Text pro studenty FP TUL
Martina Šimůnková
16. ledna 2015

1. Níže jsou uvedeny věty, které máte znát ke zkoušce.
2. Není-li uvedeno jinak, máte umět i důkaz.
3. Dále máte umět definovat všechny pojmy ve větách uvedených.
4. Elementární funkce byste měli znát minimálně v rozsahu textu [Ef].

Věty, které se mohou vyskytnout v písemné části zkoušky.

Weierstrassova věta 4.3.31.

Bolzanova věta o kořeni spojitě funkce 4.3.32.

Věty o obrazu intervalu ve spojitě funkci 4.3.34, 4.3.37 s důkazem.

Věta o Darbouxově vlastnosti spojitě funkce 4.3.36 s důkazem.

Věta o spojitosti diferencovatelné funkce 5.1.10 s důkazem.

Věta o nulové derivaci v bodě extrému 5.2.13.

Rolleova věta o střední hodnotě 5.2.16. s důkazem.

Lagrangeova věta o střední hodnotě 5.2.18.

Cauchyova věta o střední hodnotě 5.2.20.

Věta o znaménku derivace a monotonii funkce 5.2.22 s důkazem.

L'Hospitalovo pravidlo 5.2.28.

Věty o zbytku Taylorova polynomu 7.4.8, 7.4.20.

Kritérium konvexnosti funkce 7.2.13, důkaz jen první implikace (je-li f'' je nezáporná, je f konvexní), ale včetně důkazu příslušné implikace z věty 7.2.12.

Věty, které máte znát u ústní části i s důkazem.

Věty k písemné části. Pro AN1E Weierstrassova věta bez důkazu a u Bolzanovy věty o kořeni spojitě funkce, L'Hospitalova pravidla a vět o zbytku Taylorova polynomu jen hlavní myšlenka důkazu.

Věta o derivaci součtu, rozdílu, součinu a podílu 5.2.1, 5.2.5.

Caratheodoryova věta o pomocné funkci 5.2.6. K čemu jsme ji použili?

Věta o derivaci složené funkce 5.2.8, stačí hlavní myšlenka důkazu.

Věta o derivaci inverzní funkce 6.4.4, stačí hlavní myšlenka důkazu.

Věta o ekvivalentních podmínkách konvexnosti funkce 7.2.4, důkaz stačí obrázkem.

Pouze pro předmět KA1: Věta o konvexní funkci 7.2.8.

Kritérium konvexnosti funkce 7.2.12 důkaz jen druhá implikace (používající Lagrangeovu větu).

Za nejtěžší pojmy považují spojitost a limitu. Uvádím seznam vět, které byste měli znát, důkaz mně bude stačit jen u těch jednoduchých a alespoň dvou z těžších (můžete si vybrat).

Jednodušší.

Lemma 4.2.4 o lokální omezenosti spojitě funkce.

Lemma 4.3.3 o jednoznačnosti limity.

Věta o lokální kladnosti (zápornosti) funkce s kladnou (zápornou) limitou a důsledek pro rozdíl funkcí s kladnou limitou, 4.3.12, první část.

Složitější.

Lemma 4.2.10 o spojitosti součtu a součinu spojitých funkcí.

Věta 4.2.13 o spojitosti součtu, rozdílu, součinu, podílu, absolutní hodnotě (v [JV] je uveden důkaz přes posloupnosti, my jsme dokazovali pomocí okolí – viz text o spojitosti).

Věta 4.2.18 o spojitosti složené funkce.

Tvrzení 4.3.4 o limitě spojitě funkce.

Věta 4.3.9 o limitě součtu, rozdílu, součinu a podílu.

Věta 4.3.12

1. o lokální kladnosti (zápornosti) funkce s kladnou (zápornou) limitou a důsledek pro rozdíl funkcí s kladnou limitou (vedena mezi jednoduššími),
2. o limitním přechodu v nerovnosti,
3. policejní věta.

Věta o limitě monotónní funkce 4.3.40, AN1E důkaz jen obrázkem, KA1 kompletní důkaz s použitím suprema/infima.

Věta o limitě složené funkce 4.4.1., 4.4.3.