

**Písemná část zkoušky z předmětu UKPE**  
**3. února 2017**

**Jméno a příjmení:**

Zvolte si pořadí, v jakém budete příklady řešit. Vaše řešení nemusí být „kulturně“ zapsané, ale po vyřešení příkladu přepište podstatné kroky i s komentářem na zvláštní list a odevzdejte tento zvláštní list (listy) i všechny ostatní listy, které jste při řešení popsali. Na jeden zvláštní list přepisujte řešení více příkladů – ideálně všech.

Tento list použijte jako obálku a podepište jej.

Pro úspěšné absolvování musíte písemnou část napsat na alespoň 51%.

1. Pro  $z_1 = 4 + i$ ,  $z_2 = -2 + 3i$  narýsujte v Gaussově komplexní rovině obrazy čísel  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $z_1 + z_2$ ,  $z_1/z_2$ . Poté je vypočtěte a porovnejte výsledek výpočtu a rýsování.
2. Řešte v  $\mathbb{C}$  rovnici a řešení zakreslete do Gaussovy roviny

$$(z + 1 - i)^3 = -1.$$

3. Nalezněte lineárně lomenou funkci, která má invariantní bod  $z_1 = i$ , zobrazuje bod  $z_2 = 0$  na bod  $w_2 = 1$  a bod  $z_3 = 1$  na bod  $w_3 = 0$ . Udělejte zkoušku, zda vámi nalezená funkce splňuje zadání. Zjistěte, zda má tato funkce další invariantní bod a případně jej vypočtěte a zakreslete do Gaussovy komplexní roviny. Kolik invariantních bodů může mít lineárně lomená funkce?
4. Rozviňte funkci  $f$  v mocninovou řadu se středem v nule. Odvoďte vztah pro  $k$ -tý člen řady a napište první čtyři nenulové členy. Dále určete poloměr konvergence a vypočtěte hodnotu čtvrté derivace funkce  $f$  v bodě  $z = 0$ .

$$f : z \mapsto \frac{1}{z^2 - 1}$$