

**Písemná část zkoušky z předmětu UKPE  
18. ledna 2019**

**Jméno a příjmení:**

Zvolte si pořadí, v jakém budete příklady řešit. Vaše řešení nemusí být „kulturně“ zapsané, ale po vyřešení příkladu přepište podstatné kroky i s komentářem na zvláštní list a odevzdejte tento zvláštní list (listy) i všechny ostatní listy, které jste při řešení popsali. Na jeden zvláštní list přepisujte řešení více příkladů – ideálně všech.

Tento list použijte jako obálku a podepište jej.

Pro úspěšné absolvování musíte písemnou část napsat na alespoň 51%.

1. Zobrazte v Gaussově rovině komplexní čísla  $z_1 = 2 + i$ ,  $z_2 = 1 - 2i$  a číslo  $z = z_1/(z_1 - z_2)$ . Číslo  $z$  zobrazte dvěma způsoby: pomocí pravítka a kružítko z obrazů čísel  $z_1$ ,  $z_2$  a výpočtem. Oba výsledky porovnejte.
2. Vypočtete poměr bodů  $z_1 = 2$ ,  $z_2 = 3 + 2i$ ,  $z_3 = -1 - i$  a z tohoto poměru vypočtete velikost úhlu s vrcholem v bodě  $z_1$  a s rameny procházejícími body  $z_2$ ,  $z_3$ . Body poté zobrazte v komplexní rovině a vypočtený úhel porovnejte s obrázkem.
3. Načrtněte množinu komplexních čísel  $\{z \in \mathbb{C} : z\bar{z} + (-1 + 2i)z + (-1 - 2i)\bar{z} = 0\}$
4. Ukažte, že pro  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$  platí  $\overline{(z_1/z_2)} = \bar{z}_1/\bar{z}_2$ .
5. Sečtete řadu a určete její kruh konvergence. Vypočtete derivaci  $f'(z)$  a vyjádřete ji ve tvaru mocninné řady se středem v nule.

$$f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} (3z)^k$$