

Rovnice s komplexními čísly

1. Načrtněte množiny komplexních čísel

- (a) $\{z \in \mathbb{C} : |z - 2 + 3i| = 2\}$
- (b) $\{z \in \mathbb{C} : |z - 1| = |z + 2i|\}$
- (c) $\{z \in \mathbb{C} : |z - 2| + |z + 2| = 6\}$
- (d) $\{z \in \mathbb{C} : |z + 4 - i| < 3\}$

NÁVOD: Uvědomte si, že absolutní hodnota rozdílu komplexních čísel je rovna vzdálenosti jejich obrazů v komplexní rovině a použijte znalosti středoškolské geometrie.

2. Řešte rovnice v oboru komplexních čísel. Kořeny zakreslete do komplexní roviny.

- (a) $z^5 = 1$
- (b) $z^4 = 2i$
- (c) $(z + 2)^3 = -i$
- (d) $z^2 + iz = 2$
- (e) $z^3 = z + 6$

NÁVOD: využijte toho, že jeden z kořenů lze uhodnout.

3. Načrtněte množiny komplexních čísel

- (a) $\{z \in \mathbb{C} : z + \bar{z} = 0\}$
- (b) $\{z \in \mathbb{C} : z + \bar{z} = 2\}$
- (c) $\{z \in \mathbb{C} : z - \bar{z} = 0\}$
- (d) $\{z \in \mathbb{C} : z - \bar{z} = 2\}$
- (e) $\{z \in \mathbb{C} : (2 + i)z + (2 - i)\bar{z} = 1\}$

NÁVOD: запиште z v algebraickém tvaru a rovnici převedte na soustavu dvou rovnic pro dvě reálné neznámé. Připomínáme, že dvě komplexní čísla se rovnají, pokud se rovnají jejich reálné i imaginární části.

4. Napište rovnici přímky pomocí komplexních čísel z, \bar{z}

- (a) $2x - 3y = 2$
- (b) $-3x + y = 0$

NÁVOD: dosadte $x = (z + \bar{z})/2$, $y = -i(z - \bar{z})/2$ a upravte.