Program přednášky UKPE, 2018/19
(bude upřesňován během semestru)
11. prosince 2018

1. Množina komplexních čísel jako algebraická struktura s operacemi sčítání a násobení, vlastnosti (tvoří těleso, není definováno uspořádání). Důkaz platnosti těchto vlastností.
   Zdroje: na webu je text úvodní přednášky sepsaný studentkami.

2. Absolutní hodnota, komplexně sdružené číslo, vztah k aritmetickým operacím (např. komplexně sdružené číslo součinu je součin komplexně sdružených čísel) i s odvozením. Algebraický a goniometrický tvar komplexního čísla. Argument komplexního čísla a jeho hlavní hodnota (jedno z nich se značí arg, druhé Arg, ale není shoda které jak). Násobení čísel v goniometrickém tvaru. Moivreova věta i s odvozením, binomická rovnice (tj. rovnice ve tvaru $z^n = w$).
   Zdroje: text [APP, základy], doklikáte se k němu přes archiv starších ročníků, pojmenovala jsem ho Komplexni_cisla_zaklady.pdf, přímá adresa je https://kap.fp.tul.cz/~simunkova/analyza/ukpe-2018-19/

3. Reálná a imaginární část komplexního čísla, zobrazení komplexních čísel v rovině, konstrukce obrazů aritmetických operací.
   Zdroje: [APP, základy], závěr druhé lekce, znalosti elementární geometrie.

4. Lineární funkce komplexní proměnné a podobná zobrazení v rovině. Poměr bodů a jeho zachování lineárním zobrazením. Použití poměru bodů k analytickému popisu podobného zobrazení v rovině, které je zadané dvojicí různých vzorů a jim odpovídajících obrazů.
   Zdroje: [MŠ, linearní funkce], odkaz na webu předmětu.

5. Kruhová inverze, definice, konstrukce obrazu a vzoru. Popis kruhové inverze pomocí komplexních čísel. Obraz přímky a kružnice v kruhové inverzi, přidání jednoho nevlastního bodu k rovině. Použití kruhové inverze na řešení Apolloniových úloh.
   Zdroje: [Text o kruhové inverzi], odkaz na webu předmětu, [JV-K], od definice 4.3.11 k lemmatu 4.3.13, odkaz na webu předmětu.

6. Lineárně lomená funkce na definičním oboru $\mathbb{S} = \mathbb{C} \cup \{\infty\}$, její rozklad na složenou funkci ze dvou lineárních funkcí a funkce $z \mapsto 1/z$. Dvojpoměr bodů, jeho zachování lineárně lomenou funkcí. Geometrický důkaz tvrzení o reálné hodnotě dvojpoměru bodů ležících na společné

zobecněné kružnici. Jako důsledek obdržíme „geometrický“ důkaz zobrazování zobecněných kružnic kruhovou inverzí.
Zdroje: [JV-K], 4.3.1,.4.3.3., 4.3.21. Text o dvojpoměru na webu předmětu.

7. Definice limity komplexní posloupnosti. Číselné řady v komplexním oboru. Konvergence a absolutní konvergence řad. Důkaz tvrzení, že absolutně konvergentní řada je konvergentní.
Zdroje: [JV-K], začátek 1.2 až k B-C podmínce a konvergenci a absolutní konvergenci na straně 16.

8. Limita komplexní funkce, definice derivace. Cauchy-Riemannova věta. Taylorův polynom prvního stupně a jeho zbytek.
Zdroje: [MŠ, text o Cauchy-Riemannových podmínkách], odkaz na webu předmětu.

9. Funkční řady v komplexním oboru. Nesamozřejmost spojitosti součtu řady spojitých funkcí, například $s_n(x) = (\cos x)^{2n}$ pro $x \in \mathbb{R}$ (nebo $s_n(z) = (\cos|z|)^{2n}$ pro $z \in \mathbb{C}$), souvislost s pořadím limit ve dvojné limitě.
Nesamozřejmost derivování nekonečné řady člen po členu (větu o derivaci součtu není možné zobecnit pro nekonečný počet sčítanců).
Zdroje: [MŠ, text o řadách funkcí], odkaz na webu předmětu.

10. Mocninné řady v komplexním oboru, základní pojmy. Věta o poloměru konvergence, dva její důkazy, vzorec pro poloměr konvergence. Spojitost mocninných řad ve vnitřních bodech kruhu konvergence. Derivování mocninných řad člen po členu. Taylorovy řady.
Zdroje: [JV-K], [MŠ, text o řadách funkcí].

11. Poznámka o funkcích majících jednu derivaci, více derivací, funkcích rozvinutelných v mocninnou řadu. Rozdíly v reálném a komplexním oboru. Příklady v reálném oboru: $x \mapsto x|x|$, $x \mapsto \exp(-1/x^2)$ spojitě rozšířená do nuly.
Zdroje: věta 5.5.3 v [JV-K], podrobnosti k reálným příkladům na přednášce.

12. Zavedení funkcí sin, cos, exp, jejich vlastnosti. Počítání hodnot a řešení jednoduchých rovnic. Mnohoznačný logaritmus.
Věta o jednoznačnosti pro mocninné řady a funkci mající derivaci a její důsledky (rozšíření vztahů platných v reálném oboru do komplexního oboru). Příklad důkazu přímo použitím mocninné řady – $\exp(z_1+z_2) = \exp(z_1)\exp(z_2)$.

Zdroje: [JV-K], vztah pro logaritmus je na straně 88 (elektronicky 94) dole, vztahy pro sinus a kosinus jsou na straně 84 nahoře, věty o jednoznačnosti jsou pod čísly 2.4.3, 5.7.1. [MŠ, text o řadách funkcí]