

**Písenná část zkoušky z předmětu UKPE/UKPM
20. ledna 2021**

Jméno a příjmení:

Zvolte si pořadí, v jakém budete příklady řešit. Vaše řešení nemusí být „kulturně“ zapsané, ale po vyřešení příkladu přepište podstatné kroky i s komentářem na zvláštní list a odevzdejte tento zvláštní list (listy) i všechny ostatní listy, které jste při řešení popsali. Na jeden zvláštní list přepisujte řešení více příkladů – ideálně všech.

Tento list použijte jako obálku a podepište jej.

Pro úspěšné absolvování musíte písemnou část napsat na alespoň 70%.

1. Ukažte, že pro $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, $z_2 \neq 0$ platí $\overline{(z_1/z_2)} = \bar{z}_1/\bar{z}_2$.
- *1. Ukažte, že pro $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ platí $|z_1 + 2z_2| \leq |z_1| + 2|z_2|$.
2. Určete typ podobného zobrazení, které zobrazí bod $z_1 = -1$ na bod $w_1 = 1 + 2i$ a bod $z_2 = i$ na bod $w_2 = 2i$. Vypočtěte koeficient tohoto podobného zobrazení.
- *2. Ukažte, že podobné zobrazení z předchozí varianty je otočení složené se stejnolehlostí, vypočtěte bod, který je středem této stejnolehlosti (a okolo kterého zároveň otáčíme) a dále vypočtěte úhel, o který otáčíme.
3. Zjistěte, zda funkce f splňuje Cauchy-Riemannovy podmínky $f : z \mapsto \bar{z} \exp(z)$
4. Vypočtěte kořeny rovnice v oboru komplexních čísel a zobrazte je v komplexní rovině.

$$\cos(z) = 2$$

- *4. Nalezněte minimum funkce $z \mapsto |z|$ na množině $A = \{z \in \mathbb{C} : \cos(z) = 2\}$.
5. Napište Taylorovu řadu funkce f se středem v bodě dva a určete její poloměr konvergence.

$$f(z) = \frac{2}{z^2 + z}$$

- *5. Napište Taylorovu řadu funkce f se středem v bodě dva a určete její poloměr konvergence.

$$f(z) = \frac{2}{z^2 + 2z + 1}$$