

Písenná část zkoušky z předmětu UKPE/UKPM
22. ledna 2021

Jméno a příjmení:

Zvolte si pořadí, v jakém budete příklady řešit. Vaše řešení nemusí být „kulturně“ zapsané, ale po vyřešení příkladu přepište podstatné kroky i s komentářem na zvláštní list a odevzdejte tento zvláštní list (listy) i všechny ostatní listy, které jste při řešení popsali. Na jeden zvláštní list přepisujte řešení více příkladů – ideálně všech.

Tento list použijte jako obálku a podepište jej.

Pro úspěšné absolvování musíte písemnou část napsat na alespoň 70%.

1. Ukažte, že pro $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, $z_2 \neq 0$ platí $|z_1/z_2| = |z_1|/|z_2|$.
- *1. Ukažte, že pro $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ platí $||z_1| - |z_2|| \leq |z_1 + z_2|$.
2. Řešte rovnice
 - (a) $(z + i)^4 = 1$
 - (b) $z^2 + 2iz = 2$
- *2. Určete, kolik kořenů má rovnice $(z^2 + i)^4 = 1$. Alespoň tři vypočtěte, ostatní zakreslete do Gaussovy roviny.
3. Vypočtěte poměr bodů $z_1 = 2 + i$, $z_2 = -2 + 3i$, $z_3 = 1 - i$ a vypočtěte velikost úhlu s vrcholem v bodě z_1 a rameny procházející body z_2, z_3 .
- *3. Nalezněte lineární funkci, která zobrazuje bod z_1 na sebe a bod z_2 na bod z_3 .
4. Zjistěte, zda funkce sinus splňuje Cauchy-Riemannovy podmínky.
5. Napište Taylorovu řadu funkce f se středem v bodě nula a určete její poloměr konvergence.

$$f(z) = \frac{2}{1 - 9z^2}$$

- *5. Napište Taylorovu řadu funkce f se středem v bodě nula a určete její poloměr konvergence.

$$f(z) = \frac{2}{(1 - 9z)^2}$$