Písemná část zkoušky z předmětu UKP/UKPM
4. února 2021

Jméno a příjmení:

Zvolte si pořadí, v jakém budete příklady řešit. Vaše řešení nemusí být „kulturně“ zapsané, ale po vyřešení příkladu přepište podstatné kroky i s komentářem na zvláštní list a odevzdejte tento zvláštní list (listy) i všechny ostatní listy, které jste při řešení popsali. Na jeden zvláštní list přepisujte řešení více příkladů – ideálně všech.

Tento list použijte jako obálku a podepište jej.

1. Řešte rovnice a u rovnice (b) udělejte zkoušku
   (a) $(z-1)^3 = -1$
   (b) $z^2 + iz = 1$

*1. Určete, kolik kořenů mají rovnice a zakreslete je do Gaussovy roviny
   (a) $(z^2-1)^3 = -1$
   (b) $z^4 + iz^2 = 1$

2. Vypočtěte poměr bodů $z_1 = 1 + i$, $z_2 = -2i$, $z_3 = 3 - 3i$ a vypočtěte velikost úhlu s vrcholem v bodě z_1 a rameny procházející body z_2, z_3.

*2. Nalezněte lineární funkci, která zobrazuje bod z_1 na sebe a bod z_2 na bod z_3.

3. Zjistěte, zda funkce $z \mapsto \exp(z^2)$ splňuje Cauchy-Riemannovy podmínky.

*3. Zjistěte, zda funkce $z \mapsto \exp(z^3)$ splňuje Cauchy-Riemannovy podmínky.

4. Řešte rovnici $\cos(z) = i$ a kořeny zakreslete do Gaussovy roviny.

*4. Mezi kořeny rovnice z příkladu 4 nalezněte ten kořen z_0, který minimalizuje výraz $|z_0 + 1|$.

5. Sečtěte řadu a určete, pro která $z \in \mathbb{C}$ konverguje. Vypočtěte derivaci $f'(z)$ a vyjádřete ji ve tvaru mocninné řady – střed této mocninné řady volte dle svého uvážení.

$$f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} (2z+1)^k$$

*5. Na jakou množinu je možné funkci f z příkladu 5 analyticky rozšířit?