

Písemná část zkoušky z předmětu UKPE
5. února 2016

Jméno a příjmení:

Zvolte si pořadí, v jakém budete příklady řešit. Vaše řešení nemusí být „kulturně“ zapsané, ale po vyřešení příkladu přepište podstatné kroky i s komentářem na zvláštní list a odevzdejte tento zvláštní list (listy) i všechny ostatní listy, které jste při řešení popsali. Na jeden zvláštní list přepisujte řešení více příkladů – ideálně všech.

Tento list použijte jako obálku a podepište jej.

Pro úspěšné absolvování musíte písemnou část napsat na alespoň 51%.

1. (a) Řešte v \mathbb{C} rovnici a řešení zakreslete do Gaussovy roviny

$$\sin z = 2i.$$

- (b) Řešte v \mathbb{C} rovnici a do Gaussovy roviny zakreslete její kořeny z_1, \dots a bez výpočtu i jejich převrácené hodnoty $1/z_1, \dots$

$$(z - 1)^4 = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

2. Rozviňte v mocninnou řadu se středem v nule funkce f , g , h . Odvoďte vztah pro k -tý člen řady a pro každou řadu napište první 4 nenulové členy.

$$f : z \mapsto \frac{1}{z+i}, \quad g : z \mapsto \frac{1}{z^2-1}, \quad h : z \mapsto \frac{1}{(z-1)^2}.$$

3. Ukažte, že funkce f , g splňují Cauchy-Riemannovy podmínky

$$f : z \mapsto \cos z, \quad g : z \mapsto z^2 \exp z.$$

4. Ukažte, že body z_1, \dots, z_4 leží na kružnici

$$z_1 = -1 + 3i, \quad z_2 = 3 - i, \quad z_3 = 2 + 6i, \quad z_4 = 6 + 2i.$$