

**Písemná část zkoušky z předmětu UKPE**  
**12. února 2016**

**Jméno a příjmení:**

Zvolte si pořadí, v jakém budete příklady řešit. Vaše řešení nemusí být „kulturně“ zapsané, ale po vyřešení příkladu přepište podstatné kroky i s komentářem na zvláštní list a odevzdejte tento zvláštní list (listy) i všechny ostatní listy, které jste při řešení popsali. Na jeden zvláštní list přepisujte řešení více příkladů – ideálně všech.

Tento list použijte jako obálku a podepište jej.

Pro úspěšné absolvování musíte písemnou část napsat na alespoň 51%.

1. (a) Řešte v  $\mathbb{C}$  rovnici a řešení zakreslete do Gaussovy roviny

$$\sin z = 2.$$

- (b) Řešte v  $\mathbb{C}$  rovnici a do Gaussovy roviny zakreslete její kořeny  $z_1, \dots$  a bez výpočtu i jejich převrácené hodnoty  $1/z_1, \dots$ . Pečlivě body popište, ať je jasné, který je který.

$$(z + 2)^3 = -8.$$

2. Rozviňte v mocninnou řadu se středem v nule funkce  $f$ ,  $g$ ,  $h$ . Odvoďte vztah pro  $k$ -tý člen řady a pro každou řadu napište první 4 nenulové členy.

$$f : z \mapsto \frac{1}{z + i}, \quad g : z \mapsto \frac{1}{(z + i)^2}, \quad h : z \mapsto \frac{1}{4z^2 - 1}.$$

3. Ukažte, že funkce  $f$ ,  $g$  splňují Cauchy-Riemannovy podmínky

$$f : z \mapsto \cos(z + i), \quad g : z \mapsto z^2 \exp z.$$

4. Zakreslete body  $z_1, \dots, z_4$  do Gaussovy roviny a bez výpočtu zakreslete jejich dvojpoměr  $[z_1, z_2, z_3, z_4] = \frac{z_1 - z_3}{z_1 - z_4} : \frac{z_2 - z_3}{z_2 - z_4}$

$$z_1 = 0, \quad z_2 = -1 + 3i, \quad z_3 = 3 - i, \quad z_4 = 3 + i.$$