Operace s komplexními čísly a jejich vlastnosti

27. září 2022

Algebraický tvar komplexního čísla: $z = x + iy$, reálná čísla x, y nazýváme *reálnou* a *imaginární částí* komplexních čísel.

Komplexně sdružené komplexní číslo značíme $\overline{z}$ a definujeme vztahem $\overline{x + iy} = x - iy$ (reálná část je stejná, u imaginární změníme znaménko).

Absolutní hodnotu komplexního čísla značíme stejně jako v reálném oboru, tedy $|z|$ a definujeme ji vztahem $|x + iy| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Vlastnosti

1. $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ tvoří těleso.
2. Pro $z \in \mathbb{C}$ platí: $z \in \mathbb{R} \Leftrightarrow z = \overline{z}$
3. Pro reálné číslo x je „reálná“ absolutní hodnota rovna „komplexní“ absolutní hodnotě – přesněji vyjádřeno $\sqrt{x^2 + 0} = x$ pro nezáporné reálné x a $\sqrt{x^2 + 0} = -x$ pro záporné reálné x.
4. Pro $z \in \mathbb{C}$ je $(z + \overline{z})/2$ rovno reálné části čísla z.
5. Pro $z \in \mathbb{C}$ je $(z - \overline{z})/(2i)$ rovno imaginární části čísla z.
6. Pro $z \in \mathbb{C}$ platí $z\overline{z} = |z|^2$.
7. Pro $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ platí $\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$.
8. Pro $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ platí $\overline{z_1 - z_2} = \bar{z}_1 - \bar{z}_2$.
9. Pro $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ platí $\overline{z_1 z_2} = \bar{z}_1 \bar{z}_2$.
10. Pro $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, $z_2 \neq 0$ platí $\overline{(z_1/z_2)} = \bar{z}_1/\bar{z}_2$.
11. Pro $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ platí $|z_1 z_2| = |z_1|\,|z_2|$.
12. Pro $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, $z_2 \neq 0$ platí $|z_1/z_2| = |z_1|/|z_2|$.
13. Pro $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ platí $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$.
14. Pro $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ platí $|z_1 - z_2| \leq |z_1| + |z_2|$.
15. Pro $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ platí $||z_1| - |z_2|| \leq |z_1 - z_2|$.