

ÚLOHY PRO PŘÍPRAVU NA PRVNÍ TEST PŘEDMĚTU SEMINÁŘ
Z MATEMATIKY

1. Uvažujme nosník délky $l[m]$ spojitě zatížený silou $q[N/m]$, modulu pružnosti $E[Pa]$ a průřezu s kvadratickým momentem k ose kolmé k nárysně $J[m^4]$ (bude to chtít obrázek, na hodině nakreslíme). Nosník je podepřený na jednom svém konci (o způsobu podepření více na hodině) a na dalším místě tak, že volný konec nosníku má délku $a \in \langle 0, l \rangle$. Ví se, že průhyb w volného konce nosníku je roven

$$w = \frac{q}{24EJ}al(a^2 + 3al - l^2)$$

Vypočtete, pro jakou délku volného konce a je průhyb w

- (a) nulový
- (b) kladný
- (c) záporný

2a Nalezněte kořen/-y rovnice a udělejte zkoušku

$$\left(\frac{x}{x-1} - \frac{x+1}{x} \right) = (2x-1) \left(\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} \right)$$

2b

$$\frac{1}{x+1} + x = (x-1) \left(\frac{1}{x+1} + 2 \right)$$

2c

$$1 + \frac{4}{x-2} = \frac{2x+3}{x^2-4}$$

2d

$$\frac{3}{x^3-x} + \frac{3}{x^2-1} = \frac{1}{x-1}$$

3a Vydělte mnohočleny a udělejte zkoušku

$$(x^8 - 1) : (x^2 + 1)$$

3b

$$(x^6 - 1) : (x^2 + 1)$$

3b

$$(x^4 - 2x^3 + 3) : (x - 2)$$

4a Rozložte mnohočlen/-y na součin kořenových činitelů a udělejte zkoušku¹

$$2x^2 - 5x + 2, \quad x^2 - 9$$

4b

$$x^3 + 3x^2 + x + 3$$

4c

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6$$

5a Vypočtěte kořeny čitatele a jmenovatele levé strany rovnice. Rovnici poté vyřešte a udělejte zkoušku.

$$\frac{x^2 + 3x + 2}{2x^2 + x - 6} = 5 - x$$

5b

$$\frac{x^3 + 2x + 3}{2x^2 + x - 1} = x + 2$$

6a Nalezněte kořen/-y rovnice a udělejte zkoušku

$$\left(\frac{x}{x-1} - \frac{x+1}{x} \right) : \left(\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} \right) = 2x - 1$$

6b

$$\frac{\frac{1}{x+1} + x}{\frac{1}{x+1} + 2} = x - 1$$

6c

$$\frac{1 + \frac{4}{x-2}}{\frac{1}{x^2-4}} = 2x + 3$$

7a Nalezněte čísla x , která mají stejnou funkční hodnotu jako číslo $x = 2$ pro funkci $f(x) = x^3 - 2x + 2$ a udělejte zkoušku.

7b Číslo $x = -1$ a funkci $f(x) = x^3 - 3x$

¹Návod pro kubický mnohočlen: dosazováním malých celých čísel naleznete kořen a poté vydělte kořenovým činitelem.

8a Načrtněte graf funkce f a použijte ho k řešení nerovnice

$$f(x) = (x - 1)(x + 3) \quad (x - 1)(x + 3) > 0$$

8b

$$f(x) = 2 - x - x^2 \quad 2 - x - x^2 \leq 0$$

8c

$$f(x) = 2 - x + x^2 \quad 2 - x + x^2 \leq 0$$

8d

$$f(x) = 2 - x + x^2 \quad 2 - x + x^2 \geq 0$$

9a Do jednoho obrázku načrtněte grafy funkcí f , g , vypočtěte a vyznačte jejich průsečíky a vyřešte nerovnici.²

$$f(x) = x^2 \quad g(x) = x + 2 \quad x^2 > x + 2$$

9b

$$f(x) = \frac{2}{x} \quad g(x) = 4x - 2 \quad \frac{2}{x} > 4x - 2$$

9c

$$f(x) = \frac{2}{3 - x} \quad g(x) = 2 \quad \frac{2}{3 - x} \geq 2$$

9d

$$f(x) = \frac{4}{x + 1} \quad g(x) = 2x \quad \frac{4}{x + 1} \geq 2x$$

10a Nalezněte kořen/-y rovnice a udělejte zkoušku

$$\left(\frac{y}{y - 1} - \frac{y + 1}{y} \right) = (2y - 1) \left(\frac{y}{y + 1} - \frac{y - 1}{y} \right)$$

10b

$$\frac{1}{z + 1} + z = (z - 1) \left(\frac{1}{z + 1} + 2 \right)$$

10c

$$1 + \frac{4}{b - 2} = \frac{2b + 3}{b^2 - 4}$$

²Doporučujeme určit její řešení z grafu.

10d

$$\frac{3}{a^3 - a} + \frac{3}{a^2 - 1} = \frac{1}{a - 1}$$

11a Vydělte mnohočleny a udělejte zkoušku

$$(r^8 - 1) : (r^2 + 1)$$

11b

$$(s^6 - 1) : (s^2 + 1)$$

11b

$$(c^4 - 2c^3 + 3) : (c - 2)$$

12a Rozložte mnohočlen/-y na součin kořenových činitelů a udělejte zkoušku³

$$2r^2 - 5r + 2, \quad t^2 - 9$$

12b

$$s^3 + 3s^2 + s + 3$$

12c

$$h^3 - 2h^2 - 5h + 6$$

13a Vypočtete kořeny čitatele a jmenovatele levé strany rovnice. Rovnici poté vyřešte a udělejte zkoušku.

$$\frac{z^2 + 3z + 2}{2z^2 + z - 6} = 5 - z$$

13b

$$\frac{t^3 + 2t + 3}{2t^2 + t - 1} = t + 2$$

14a Nalezněte kořen/-y rovnice a udělejte zkoušku

$$\left(\frac{y}{y-1} - \frac{y+1}{y} \right) : \left(\frac{y}{y+1} - \frac{y-1}{y} \right) = 2y - 1$$

14b

$$\frac{\frac{1}{a+1} + a}{\frac{1}{a+1} + 2} = a - 1$$

14c

$$\frac{1 + \frac{4}{c-2}}{\frac{1}{c^2-4}} = 2c + 3$$

³Návod pro kubický mnohočlen: dosazováním malých celých čísel nalezněte kořen a poté vydělte kořenovým činitelem.