

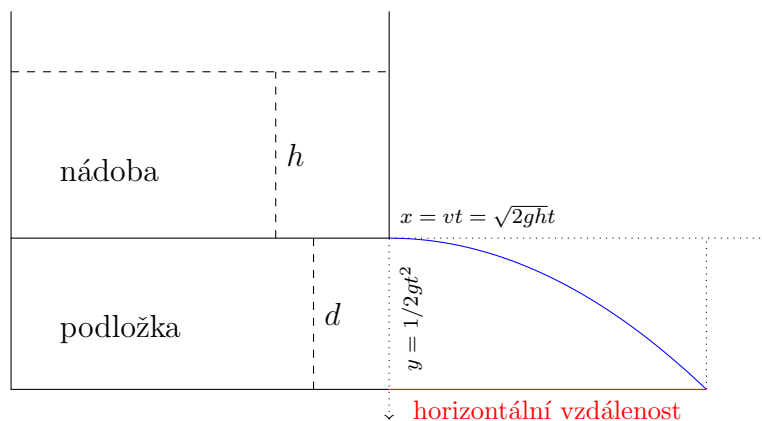
ÚLOHY PRO PŘÍPRAVU NA TŘETÍ TEST PŘEDMĚTU SEMINÁŘ
Z MATEMATIKY

GEOMETRIE, PŘEVODY JEDNOTEK

1. Nádoba je naplněná vodou, výška hladiny ode dna je $h[m]$. U dna nádoby je otvor, kterým vytéká voda. Otvor je umístěn tak, že voda vytéká ve vodorovném směru. Nádoba je umístěná na podložce tloušťky $d[cm]$, voda tedy dopadá na zem v hloubce d pod dnem nádoby. Vypočtete vzdálenost (horizontální i celkovou) dopadu vody na zem od otvoru v nádobě a výsledek uveďte v centimetrech. Počítejte nejprve obecně a poté dosaďte $h = 2m$, $d = 30cm$.

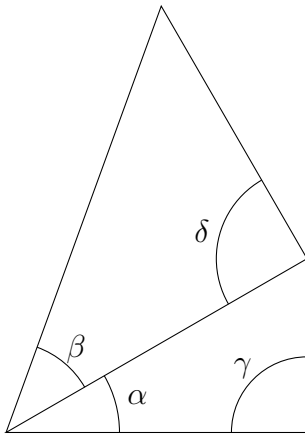
Prozradíme známou věc: rychlost výtoku vody daná hydrostatickým tlakem v nádobě je $v = \sqrt{2gh}$, kde g je gravitační zrychlení, v běžných našich podmínkách uvažujeme $g = 9.8ms^{-2}$.

Situace je znázorněna na náčrtku včetně návodu k řešení: stačí z rovnice $d = 1/2gt^2$ vyjádřit t a pak spočítat x . Tím dostaneme horizontální vzdálenost. K výpočtu celkové vzdálenosti použijeme Pythagorovu větu.¹

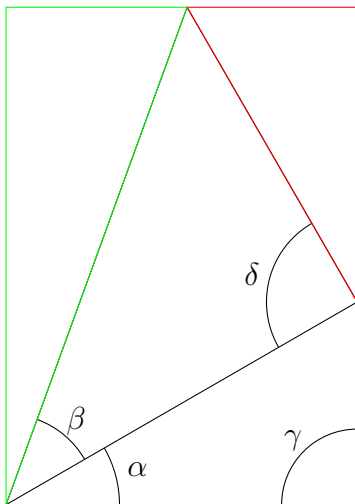


2. Na obrázku jsou dva pravoúhlé trojúhelníky – úhly γ , δ mají velikost $\pi/2$ a jsou to tedy pravé úhly. Přepona ve větším trojúhelníku má velikost a . Vyjádřete velikosti odvěsen těchto trojúhelníků pomocí goniometrických funkcí úhlů α , β .

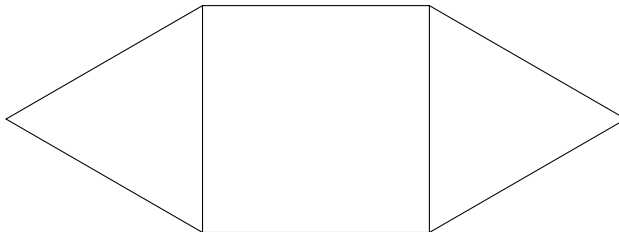
¹Ještě pozor při výpočtu na jednotky. Gravitační zrychlení je v m/s , proto i délkové jednotky převedte na metry.



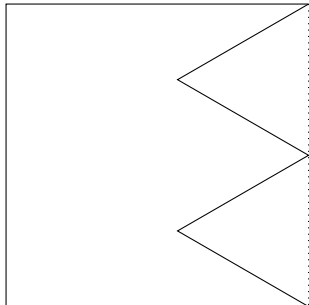
3. Do obrázku jsme přikreslili další dva pravouhlé trojúhelníky, tak, aby dohromady tvořili obdélník. Vyjádřete velikosti jejich úhlů a stran pomocí velikostí α , β .



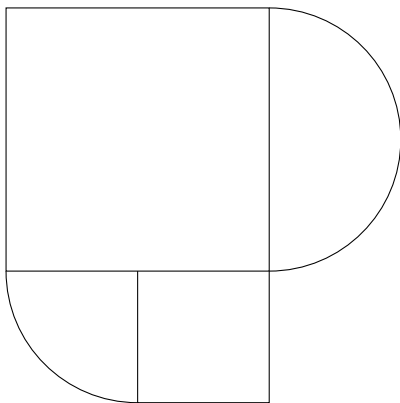
4. V obdélníku se délky protějších stran rovnají. Vyjádřete tyto délky pomocí velikostí α , β a napište výše zmíněné rovnosti.
5. Obrázek na obrázku se skládá ze čtverce o straně $a = 12\text{cm}$ a dvou rovnostranných trojúhelníků. Vypočtete obsah obrazce.



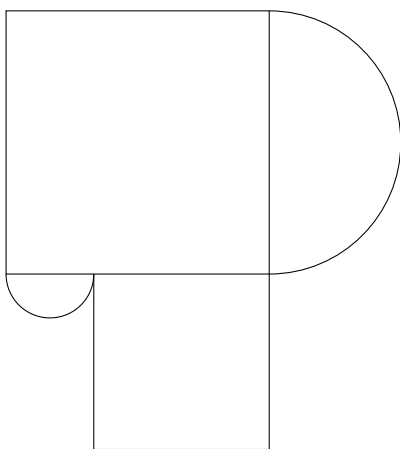
6. Ze čtverce o straně $a = 8\text{cm}$ jsme vyřízli dva rovnostranné trojúhelníky. Vypočtete obsah výsledného obrazce.



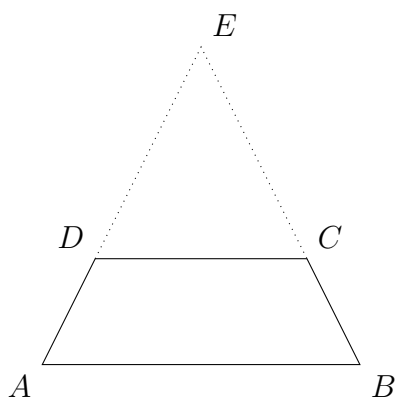
7. Obrazec na obrázku se skládá ze čtverce o straně $a = 6\text{cm}$, menšího čtverce o straně $a/2$, jednoho půlkruhu a jednoho čtvrtkruhu. Vypočtete obsah výsledného obrazce.



8. Obrazec na obrázku se skládá ze čtverce o straně $a = 6\text{cm}$, menšího čtverce o straně $b = 4\text{cm}$ a dvou půlkruhů. Vypočtete obsah výsledného obrazce.

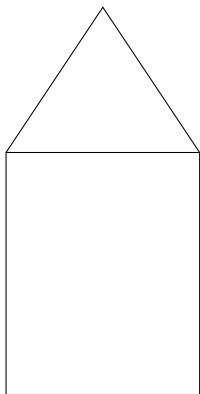


9. Rozviňte plášť kužele o poloměru podstavy $r = 2\text{cm}$ a výšce $h = 3\text{cm}$ do roviny a vypočtěte jeho obsah.
10. Vypočtěte obsah pravidelného pětiúhelníku o straně délky 10cm . Výsledek vyjádřete ve čtverečních metrech.
11. Na obrázku je rovnoramenný lichoběžník doplněný na rovnoramenný trojúhelník. Velikosti základů lichoběžníku jsou $|AB| = 6\text{cm}$, $|CD| = 4\text{cm}$ a jeho výška má velikost 2cm . Vypočtěte obsah trojúhelníku ABE i lichoběžníku $ABCD$.



12. Rotací trojúhelníku a lichoběžníku z předešlé úlohy okolo osy souměrnosti vznikne kužel a komolý kužel. Vypočtěte objem komolého kužele.
13. Rozviňte plášť komolého kužele z předchozího příkladu do roviny a vypočtěte jeho obsah.
14. Těleso se skládá z válce o průměru podstavy $d = 40\text{cm}$ a výšce $h = 0.5\text{m}$. Horní podstava válce je zároveň podstavou kužele o výšce $v = 0.3\text{m}$. Vypočtěte objem tělesa v litrech.

Na obrázku je nárys tělesa.



15. Vypočtete povrch tělesa z předchozí úlohy.
16. Vypočtete povrch (v m^2) pravidelného čtyřstěnu o hraně délky půl metru.
17. Vypočtete povrch (v cm^2) čtyřbokého hranolu o výšce $h = 0.4m$ a čtvercové podstavě o straně délky $200mm$.
18. Vypočtete objem (v litrech) pravidelného čtyřstěnu o hraně délky jeden metr.
19. Vypočtete objem (v m^3) čtyřbokého hranolu o výšce $h = 300mm$ a čtvercové podstavě o straně délky $0.3m$.
20. Abychom spočítali průměrný objemový průtok vody hadicí v metrech krychlových za minutu (m^3/min), změříme čas, za který se zcela naplní nádoba o známém objemu. Objem nádoby je $V = 4l$ a naplnit nádobu zcela vodou trvalo $t = 45s$. Spočítejte průměrný objemový průtok vody hadicí v m^3/min .
21. Světový rekord v běhu na $100m$ je $9.58s$. Vypočtete průměrnou rychlost sprintera při dosažení rekordu
 - (a) V kilometrech za hodinu
 - (b) V mílích za hodinu. Při výpočtu uvažujte (zaokrouhlenou) délku jedné míle $1600m$.