

1. ANALYTICKÁ GEOMETRIE V E_3

1.1 Základní geometrické objekty

Úloha 1.1:

Napište **obecnou rovnici** roviny, je-li dána

a) bodem $A [3, -2, 1]$ a normálovým vektorem $\mathbf{n}_\alpha = (1, -4, 3)$;

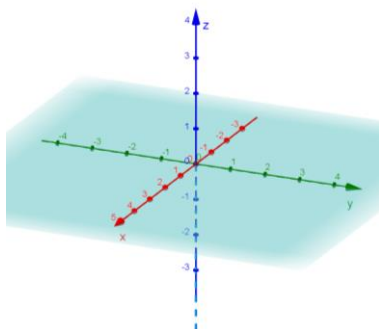
b) bodem $B [2, 1, 0]$ a přímkou $p: t = \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}, t \in \mathbb{R}$.

Úloha 1.2:

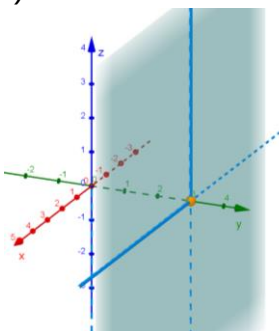
Napište obecné rovnice jednotlivých zobrazených rovin.

Poznámka: V podúloze 4) si pomozte souřadnicemi bodu, kterým daná rovina prochází, a od podúlohy 5) si pomáhejte úsekovými tvary příslušných rovin.

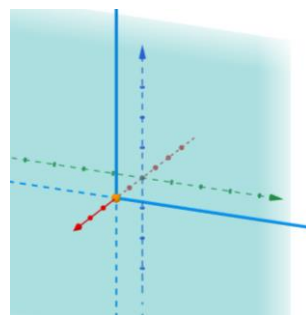
1)



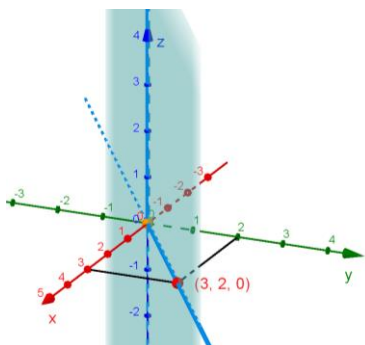
2)



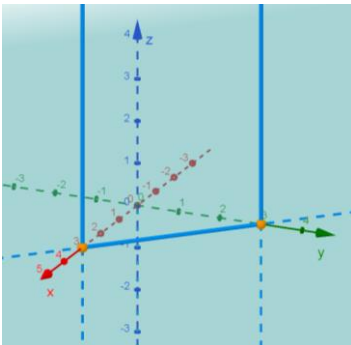
3)



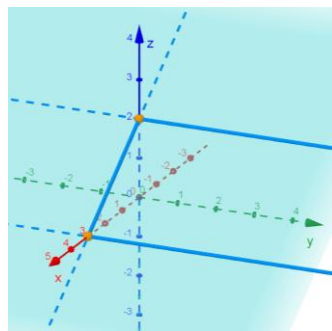
4)



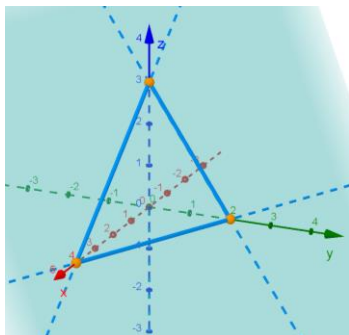
5)



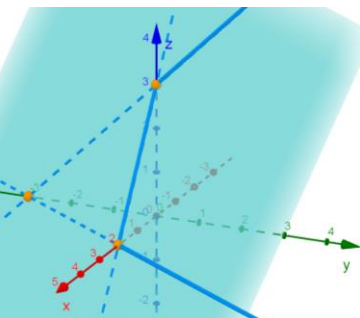
6)



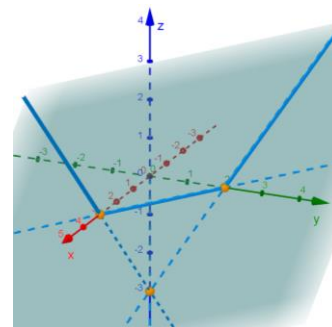
7)



8)



9)



Úloha 1.3:

Napište **parametrickou rovnici** přímky p , je-li dána

- a) bodem $A [1, 4, -2]$ a směrovým vektorem $\mathbf{s}_p = (2, -1, 3)$;
- b) jako průsečnice různoběžných rovin $\rho: x + 2y + 3z - 5 = 0$, $\sigma: 3x - 2y + 3z - 7 = 0$.

1.2 Polohové úlohy

1.2.1 Vzájemná poloha bodu a přímky

Úloha 1.4:

Zjistěte, zda body $A [-2, 6, 4]$, $B [3, 1, -5]$ leží na přímce $p: x = 1 - t, t \in \mathbf{R}$.

$$\begin{aligned}y &= 3 + t \\z &= -1 + 2t\end{aligned}$$

1.2.2 Vzájemná poloha dvou přímek

Úloha 1.5:

Vypočítejte souřadnice průsečíku Q přímek $p: x = 4 + t$, $q: x = -1 + 3s, t, s \in \mathbf{R}$,

$$\begin{aligned}y &= -1 - t & y &= s \\z &= 2 + 5t & z &= -7 - s\end{aligned}$$

pokud existuje. Jedná-li se o rovnoběžky nebo různoběžky, napište obecnou rovnici, ve které dané přímky leží.

Úloha 1.6:

Napište parametrické rovnice přímky, která prochází daným bodem $P [4, -2, 3]$ a je rovnoběžná s danou přímkou $q: x = 1 + t, t \in \mathbf{R}$.

$$\begin{aligned}y &= -2 + 3t \\z &= 2 - t\end{aligned}$$

1.2.3 Vzájemná poloha dvou rovin

Úloha 1.7:

Určete obecnou rovnici roviny ρ , která prochází bodem $R [-5, 3, 2]$ a je rovnoběžná s rovinou $\sigma: A [3, 1, -1], B [2, 2, 0], C [1, 5, 1]$.

Úloha 1.8:

Napište obecnou rovnici roviny, která prochází dvěma danými body $C [2, -3, 1], D [4, -4, 2]$ a je kolmá k dané rovině $\beta: 5x + y - 2z + 6 = 0$.

Úloha 1.9:

Napište obecnou rovnici roviny δ , která prochází daným bodem $D [2, -1, 1]$ a je kolmá ke dvěma navzájem různoběžným rovinám $\alpha: x + y + z - 3 = 0$, $\beta: 3x + 2y - z + 4 = 0$.

1.2.4 Vzájemná poloha bodu, přímky a roviny

Úloha 1.10:

Zjistěte, zda body $A [1, 0, 1]$, $B [1, 5, 3]$ leží v rovině $\alpha: 3x - z - 2 = 0$.

Úloha 1.11:

Rozhodněte o vzájemné poloze přímky p a roviny ρ .

a) $p: \begin{cases} x = -1 + 2t, \\ y = 3 + 4t \\ z = 3t \end{cases} t \in \mathbf{R}, \rho: 3x - 3y + 2z - 5 = 0;$

b) $p: \begin{cases} x = 13 + 8t, \\ y = 1 + 2t \\ z = 4 + 3t \end{cases} t \in \mathbf{R}, \rho: x + 2y - 4z + 1 = 0.$

Úloha 1.12:

Napište obecnou rovnici roviny souměrnosti úsečky AB , kde $A [1, 4, -2]$, $B [7, -2, 4]$.

Úloha 1.13:

Určete kolmý průmět bodu $E [3, 1, -1]$ do roviny $\varepsilon: x - 2y + 3z = 0$.

Úloha 1.14:

Určete souřadnice průsečíku P přímky $p \equiv AB$, kde $A [1, 3, 5]$, $B [-1, 2, 10]$ s rovinou $\alpha: x - 2y + 3z + 5 = 0$.

Úloha 1.15:

Určete průsečíky přímky $p: \begin{cases} x = 1 + 3t, \\ y = 2 + 4t \\ z = 4 + 2t \end{cases} t \in \mathbf{R}$ se souřadnicovými rovinami xy , xz a yz .

1.3 Metrické úlohy

1.3.1 Vzdálenosti bodů, přímek a rovin

Úloha 1.16:

Vypočítejte vzdálenost bodů $A [3, -5, 1]$ a $B [3, -2, 5]$.

Úloha 1.17:

Vypočítejte vzdálenost dvou rovnoběžných přímek $q: \begin{cases} x = 2 + 3t, \\ y = -1 + 4t \\ z = 2t \end{cases} r: \begin{cases} x = 7 + 3s, \\ y = 1 + 4s \\ z = 3 + 2s \end{cases} t, s \in \mathbf{R}.$

Úloha 1.18:

Vypočítejte vzdálenost přímky $p: x = -2t, t \in \mathbf{R}$, od roviny $\rho: A [1, 2, 0], B [3, 2, 3], C [-1, 3, -1]$.

$$y = 4 + t$$

$$z = 1 - t$$

Úloha 1.19:

Ve vzdálenosti $v = 2$ vedte rovinu α rovnoběžnou s rovinou $\beta: x + 2y - 5z = 1$.

1.3.2 Odchylky přímek a rovin

Úloha 1.20:

Vypočítejte odchylku φ přímek $p: x = 2 - 2t$ a $q: x = 2, t, s \in \mathbf{R}$.

$$y = 1 + 3t$$

$$z = 1 - t$$

$$y = 1 + s$$

$$z = 1 - s$$

Úloha 1.21:

Určete odchylku φ přímky $p: t = \frac{x+1}{3} = \frac{y-5}{-5} = \frac{z-1}{4}, t \in \mathbf{R}$, s rovinou $\gamma: 2x - y + z - 1 = 0$.