4. DIFERENCIÁLNÍ GEOMETRIE KŘIVEK

4.1 Vektorová funkce

4.1.1 Parametrické, explicitní a vektorové rovnice křivek v *E*₃

Příklad 4.1:
Vektorovou funkcí zapište:

a) přímku q: $x = 3 + 2t$, $t \in \mathbf{R}$
$y = -2 - 7t$
$z = 6 - 9t$

b) elipsu e: $x = 2 \cdot \cos t$, $t \in \langle 0, 2\pi)$
$y = 3 \cdot \sin t$
$z = 4$

c) asteroidu a: $x = 4 \cdot \cos^3 t$, $t \in \langle 0, 2\pi)$
$y = 4 \cdot \sin^3 t$
$z = 0$

d) šroubovici s: $x = 7 \cdot \cos t$, $t \in \langle 0, 2\pi)$
$y = 7 \cdot \sin t$
$z = 5t$

e) parabolu p: $y = x^2 - 4x + 5$

f) sinusoidu: $y = \sin \frac{x}{3}$

4.1.2 Definiční obor vektorové funkce

Příklad 4.2:
Určete definiční obor dané vektorové funkce $\mathbf{r}(t) = \left(t + 5, \ln t, \sqrt{1 - t}\right)$.

4.2 Klasifikace bodů křivek

Příklad 4.3:
Určete singulární body křivky $\mathbf{r}(t) = (\cos t + t \cdot \sin t, \sin t - t \cdot \cos t, 0)$, $t \in \mathbf{R}$.

4.3 Tečna křivky v regulárním bodě

Příklad 4.4:
Napište parametrickou rovnici tečny ke křivce $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) = \left(e^t, 1 - t, 2t\right)$, $t \in \mathbf{R}$, v jejím regulárním bodě $t_0 = 0$.

4.4 Průvodní trojhran křivky

Příklad 4.5:
Určete jednotkové směrové vektory průvodního trojhranu křivky $\mathbf{r}(t) = \left(\sin t, 1 - \cos t, 4 \cdot \sin \frac{t}{2}\right)$, $t \in \mathbf{R}$, v bodě $t_0 = 0$.

Příklad 4.6:
Určete směrový vektor binormály křivky $\mathbf{r}(t) = \left(\mathrm{e}^t, \mathrm{e}^{-t}, t\sqrt{2}\right)$, $t \in \mathbf{R}$, v bodě $t_0 = 0$ a určete úhly, které svírá s vektory souřadnicové báze.

Příklad 4.7:
Určete prvky průvodního trojhranu (parametrické rovnice tečny, binormály, hlavní normály a obecné rovnice normálové, oskulační a rektifikační roviny) křivky $\mathbf{r}(t) = \left(t^2, \ln t, t^3\right)$, $t \in (0, +\infty)$, v bodě $t_0 = 1$.

Příklad 4.8:
Vypočítejte vzdálenost bodu $A[5, 2, -5]$ od tečny sestrojené v bodě $T\,(t_0 = 0)$ křivky $\mathbf{r}(t) = \left(t^2 + 1, \ln(t+1), \mathrm{e}^{-t}\right)$, $t \in (-1, +\infty)$.

4.5 První křivost křivky, oskulační kružnice křivky

Příklad 4.9:
Vypočítejte hodnotu 1. křivosti a poloměr křivosti ve vrcholu paraboly $y = 5 - 4x - x^2$. Určete souřadnice středu oskulační kružnice a zapište implicitní rovnici oskulační kružnice ve vrcholu paraboly. Načrtněte obrázek.

Příklad 4.10:
Je dána elipsa $x = a \cdot \cos t$, $y = 5 \cdot \sin t$, $z = 0$, $t \in \langle 0, 2\pi)$. Jaká musí být velikost její poloosy *a*, jestliže poloměr křivosti v hlavních vrcholech je $\rho = \frac{125}{15}$?