4. Hodina – MA1-E

1) Definiční obory

Určete definiční obor funkce:

a) $y = \ln \frac{2-x}{2+x}$, b) $y = \ln \ln x$, c) $y = \sqrt[4]{\frac{9-x^2}{2+x}}$,

d) $y = \operatorname{cotg} 3x$, e) $y = 2^{\frac{2+x}{3-x}}$, f) $y = \ln(x^2 - 2x)$.

Inverzní funkce k prosté funkci $f(x)$ je f^{-1}, která každému $y \in H(f)$ přiřadí právě to $x \in D(f)$, pro které je $f(x) = y$.

Dokažte, že funkce $f: y = 2x + 1,\ x \in R$, je rostoucí (a tedy prostá).

Určete funkci k ní inverzní f^{-1}.

Dokažte, že funkce $f: y = \sqrt{x} + 2,\ x \in \langle 0, \infty)$, je rostoucí (a tedy prostá).

Určete funkci k ní inverzní f^{-1}.

Najděte alespoň jednu funkci s definičním oborem D a oborem hodnot H tak, aby platilo:

a) $D = \mathbb{R}$ a $H = \{3, 5\}$,
b) $D = \mathbb{N}$ a H je množina všech kladných lichých čísel,
c) $D = \mathbb{R} \setminus \{1, -2, 3\}$ a H je libovolný.

1. Najděte definiční obor funkce $y = \ln(x+4)$:

a) $\langle 0, \infty)$, b) $(-4, \infty)$, c) $\langle -4, \infty)$, d) $(-\infty, -4)$.

2. Najděte definiční obor funkce $y = \sqrt{16 - 4x^2}$:

a) $(-2, 2)$, b) $\langle -4, 4\rangle$, c) $\langle -2, 2\rangle$, d) $(-4, 4)$.

3. Najděte definiční obor funkce $y = \dfrac{x+4}{x-5}$:

a) $(5, \infty)$, b) $(-\infty, 5) \cup (5, \infty)$, c) $(-\infty, -5) \cup (5, \infty)$, d) $\langle -5, 5\rangle$.

4. Najděte definiční obor funkce $y = \operatorname{tg} 3x$:

a) $x \neq \dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{3}$, b) $\mathbf{R}$, c) $x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi$, d) $(-3, 3)$.

5. Najděte definiční obor funkce $y = \sqrt[3]{x^2 - 4x + 3}$:

a) $(-\infty, 1) \cup (3, \infty)$, b) $(1, 3)$, c) $\mathbf{R}$, d) $\langle 1, 3\rangle$.

Definiční obor funkce

Určete definiční obory uvedených funkcí:

$$f_1(x) = x^2 + 3x - 1$$

$$f_2(x) = \frac{x+1}{x-3}$$

$$f_3(x) = \frac{x}{13x^2 + 10x - 3}$$

$$f_4(x) = \frac{x^2+1}{x^2 + x + 1}$$

$$f_5(x) = \frac{1}{|x+3| - 4}$$

$$f_6(x) = \sqrt{x+2}$$

$$f_7(x) = \frac{1}{\sqrt{2x^2 + 3x - 2}}$$

$$f_8(x) = \sqrt{\frac{x+2}{4x-6}}$$

$$f_9(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{4x-6}}$$

$$f_{10}(x) = \sqrt{x+4} + \sqrt{\frac{7}{10-x}}$$

$$f_{11}(x) = \log(x-3)$$

$$f_{12}(x) = \frac{1}{\log_2(x+4) - 3}$$

$$f_{13}(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{3}}(2x+1)}$$

$$f_{14}(x) = \sqrt{\log_5 x + 1}$$

2) Inverzní funkce

Ve druhém sloupci najděte funkce inverzní k funkcím v prvním sloupci:

$$f_1(x) = \frac{1}{x+2}, \quad g_1(x) = \frac{x}{1-x},$$

$$f_2(x) = \frac{x}{x-1}, \quad g_2(x) = \frac{x}{x-1},$$

$$f_3(x) = 3 + \frac{1}{x}, \quad g_3(x) = \frac{1}{x} - 2,$$

$$f_4(x) = \frac{x}{2} - 2, \quad g_4(x) = \frac{1}{x-3},$$

$$f_5(x) = \frac{x}{x+1}, \quad g_5(x) = 2x + 4.$$