

9. hodina (MA2-E)

Definiční obor funkce více proměnných

Příklad 4.1.1. Určete a graficky znázorněte definiční obor funkce

$$z = \frac{\ln(x+1)}{\sqrt{4-x^2-y^2}}.$$

Řešení: Sestavíme jednotlivé omezující podmínky, které nám vymezí hledanou podmnožinu v $\mathbb{R}^2$.

1. Logaritmus je schopen působit pouze na kladná reálná čísla, tedy

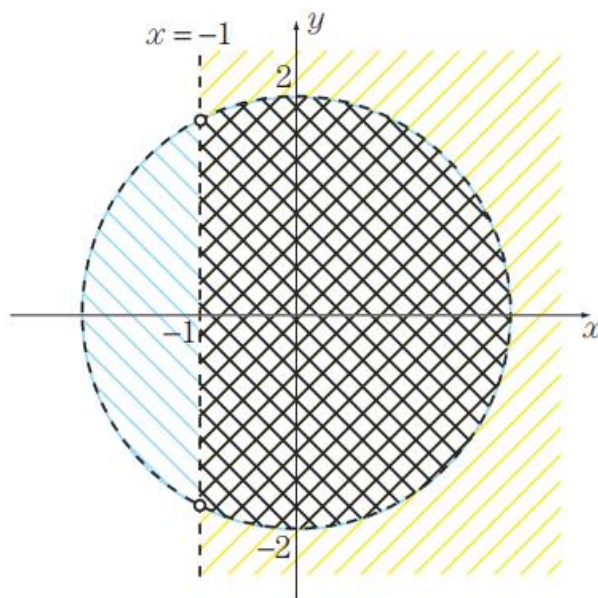
$$x+1 > 0 \Rightarrow x > -1.$$

2. Neumíme dělit nulou. Proto ve zlomku musí být jmenovatel různý od nuly, což nám dává podmínku

$$\sqrt{4-x^2-y^2} \neq 0 \Rightarrow 4-x^2-y^2 \neq 0 \Rightarrow x^2+y^2 \neq 4.$$

3. Odmocnina je schopna působit pouze na reálná čísla nezáporná,

$$4-x^2-y^2 \geq 0 \Rightarrow x^2+y^2 \leq 4.$$

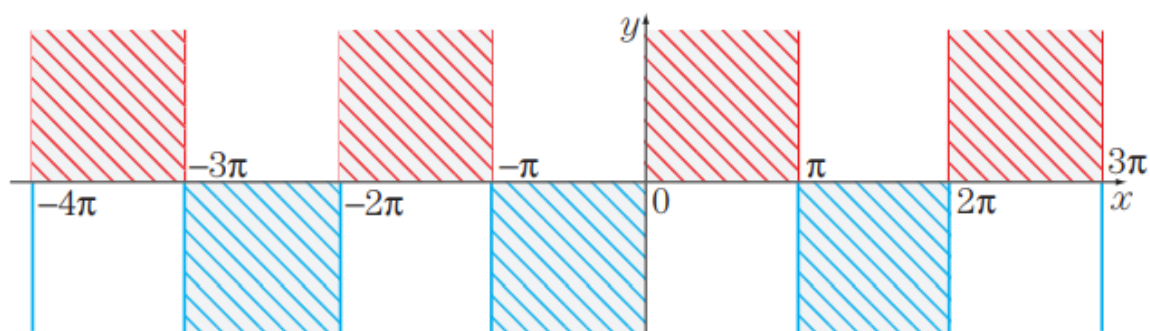


Čárkovaná křivka (hranice) nepatří do definičního oboru, plná křivka ano. Hledanou množinou je průnik modré a žluté plochy.

Příklad 4.1.2. Určete a graficky znázorněte definiční obor funkce

$$z = \sqrt{y \sin x}.$$

Řešení:



Příklad 4.1.3. Určete a graficky znázorněte definiční obor funkce

$$z = \arcsin(x + y).$$

1. Určete a načrtněte definiční obor funkce $z = \frac{x + y - 5}{x - y + 8}$.
2. Určete a načrtněte definiční obor funkce $z = \sqrt{16 - x^2 - 4y^2}$.
3. Určete a načrtněte definiční obor funkce $z = \sqrt{y^2 - 1}$.
4. Určete a načrtněte definiční obor funkce $z = \ln x + \ln y - \ln(1 - x - y)$.
5. Určete a načrtněte definiční obor funkce $z = \ln(y(x + 2))$.
6. Určete a načrtněte definiční obor funkce $z = \frac{1}{\arcsin x \cdot \arccos y}$.
7. Určete a načrtněte definiční obor funkce $z = (1 - x^2 - y^2)^{-\frac{1}{2}} \arccos 2x$.
8. Určete a načrtněte definiční obor funkce $z = \arccos(x - y^2 + 1)$.
9. Určete a načrtněte definiční obor funkce $z = \sqrt{\cos(2x - y)}$.
10. Určete a načrtněte definiční obor funkce $z = \operatorname{tg}(\arcsin(x + y))$.

1. Určete a načrtněte definiční obor funkce $z = \sqrt{\ln(x + y)}$.

2. Určete a načrtněte definiční obor funkce $z = \ln(xy - 3)$.

3. Určete a načrtněte definiční obor funkce $z = \arcsin \frac{x^2 + y^2 - 17}{8}$.

4. Určete a načrtněte definiční obor funkce $z = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 9}}$.

6. Určete a načrtněte definiční obor funkce $z = \frac{1}{2 + \sin(x^2 + y^2 - 9)}$.

7. Určete a načrtněte definiční obor funkce $z = \sqrt{1 - x^2 + y} + \sqrt{1 - x^2 - y}$.

9. Určete a načrtněte definiční obor funkce $z = \sqrt{\sin(y - x^2)}$.