

**8. hodina (MA2-E)**

**Definiční obor funkce více proměnných**

**Příklad 4.1.1.** Určete a graficky znázorněte definiční obor funkce

$$z = \frac{\ln(x+1)}{\sqrt{4-x^2-y^2}}.$$

**Řešení:** Sestavíme jednotlivé omezující podmínky, které nám vymezí hledanou podmnožinu v  $\mathbb{R}^2$ .

1. Logaritmus je schopen působit pouze na kladná reálná čísla, tedy

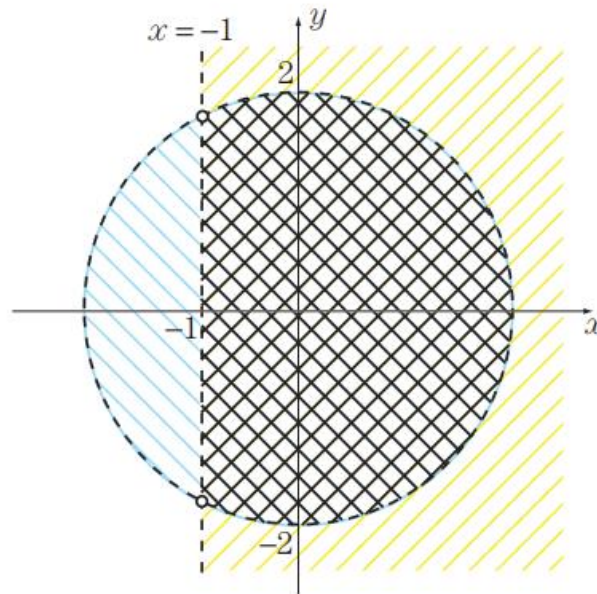
$$x + 1 > 0 \Rightarrow x > -1.$$

2. Neumíme dělit nulou. Proto ve zlomku musí být jmenovatel různý od nuly, což nám dává podmínku

$$\sqrt{4-x^2-y^2} \neq 0 \Rightarrow 4-x^2-y^2 \neq 0 \Rightarrow x^2+y^2 \neq 4.$$

3. Odmocnina je schopna působit pouze na reálná čísla nezáporná,

$$4-x^2-y^2 \geq 0 \Rightarrow x^2+y^2 \leq 4.$$

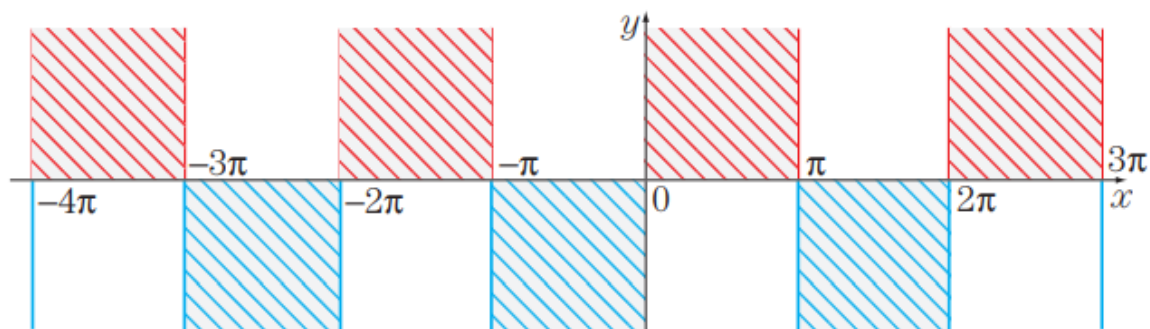


Čárkovaná křivka (hranice) nepatří do definičního oboru, plná křivka ano. Hledanou množinou je průnik modré a žluté plochy.

**Příklad 4.1.2.** Určete a graficky znázorněte definiční obor funkce

$$z = \sqrt{y \sin x}.$$

Řešení:



**Příklad 4.1.3.** Určete a graficky znázorněte definiční obor funkce

$$z = \arcsin(x + y).$$

1. Určete a načrtněte definiční obor funkce  $z = \frac{x + y - 5}{x - y + 8}$ .
  2. Určete a načrtněte definiční obor funkce  $z = \sqrt{16 - x^2 - 4y^2}$ .
  3. Určete a načrtněte definiční obor funkce  $z = \sqrt{y^2 - 1}$ .
  4. Určete a načrtněte definiční obor funkce  $z = \ln x + \ln y - \ln(1 - x - y)$ .
  5. Určete a načrtněte definiční obor funkce  $z = \ln(y(x + 2))$ .
  6. Určete a načrtněte definiční obor funkce  $z = \frac{1}{\arcsin x \cdot \arccos y}$ .
  7. Určete a načrtněte definiční obor funkce  $z = (1 - x^2 - y^2)^{-\frac{1}{2}} \arccos 2x$ .
  8. Určete a načrtněte definiční obor funkce  $z = \arccos(x - y^2 + 1)$ .
  9. Určete a načrtněte definiční obor funkce  $z = \sqrt{\cos(2x - y)}$ .
  10. Určete a načrtněte definiční obor funkce  $z = \operatorname{tg}(\arcsin(x + y))$ .
- 
1. Určete a načrtněte definiční obor funkce  $z = \sqrt{\ln(x + y)}$ .
  2. Určete a načrtněte definiční obor funkce  $z = \ln(xy - 3)$ .

3. Určete a načrtněte definiční obor funkce  $z = \arcsin \frac{x^2 + y^2 - 17}{8}$ .

4. Určete a načrtněte definiční obor funkce  $z = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 9}}$ .

6. Určete a načrtněte definiční obor funkce  $z = \frac{1}{2 + \sin(x^2 + y^2 - 9)}$ .

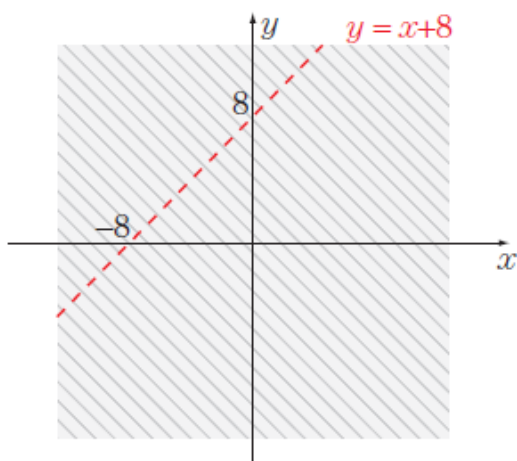
7. Určete a načrtněte definiční obor funkce  $z = \sqrt{1 - x^2 + y} + \sqrt{1 - x^2 - y}$ .

9. Určete a načrtněte definiční obor funkce  $z = \sqrt{\sin(y - x^2)}$ .

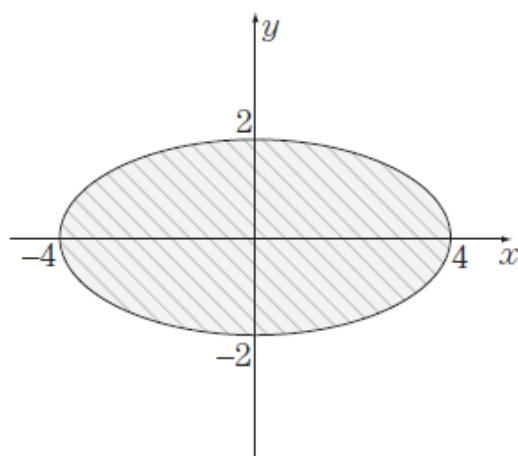
**Řešení některých úloh:**

1. Omezující podmínka:  $x - y + 8 \neq 0$ . Definiční obor:  $D_z = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 \mid y \neq x + 8\}$ , Obr. 4.1.7.

2. Omezující podmínka:  $16 - x^2 - 4y^2 \geq 0$ . Definiční obor:  $D_z = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 4y^2 \leq 16\}$ , Obr. 4.1.8.



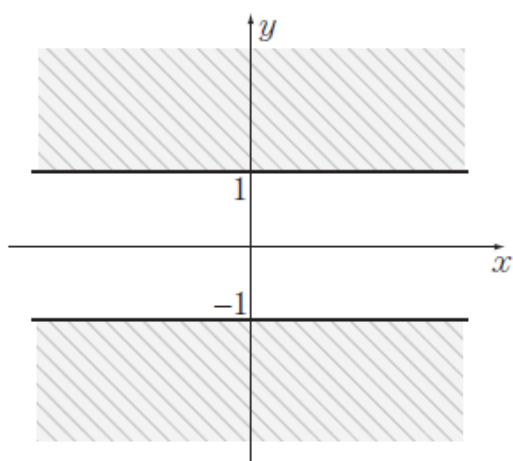
Obr. 4.1.7



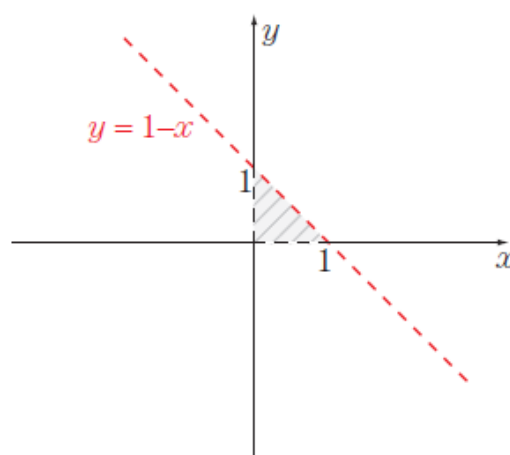
Obr. 4.1.8

3. Omezující podmínka:  $y^2 - 1 \geq 0$ . Definiční obor:  $D_z = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 \mid y^2 \geq 1\}$ , Obr. 4.1.9

4. Omezující podmínky:  $x > 0 \wedge y > 0 \wedge 1 - x - y > 0$ . Definiční obor:  $D_z = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 \mid x > 0 \wedge y > 0 \wedge y < 1 - x\}$ , Obr. 4.1.10.



Obr. 4.1.9

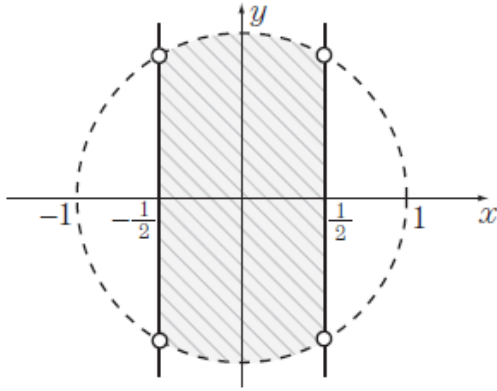


Obr. 4.1.10

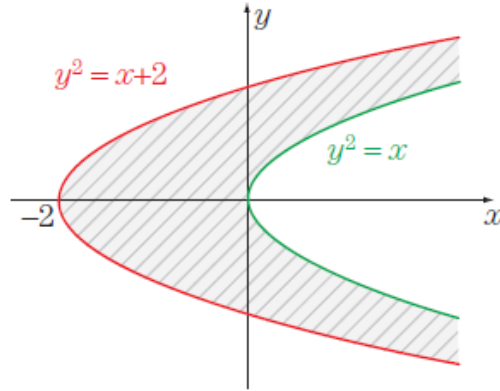
7. Omezující podmínky:  $1 - x^2 - y^2 \geq 0 \wedge \sqrt{1 - x^2 - y^2} \neq 0 \wedge -1 \leq 2x \leq 1$ .

Definiční obor:  $D_z = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 < 1 \wedge -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}\}$ , Obr. 4.1.13.

8. Omezující podmínka:  $-1 \leq x - y^2 + 1 \leq 1$ . Definiční obor:  $D_z = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 \mid y^2 \leq x + 2 \wedge x \leq y^2\}$ , Obr. 4.1.14.



Obr. 4.1.13



Obr. 4.1.14