Zobrazení na:
$f: A \to B$ a $H_f = B$

Zobrazení prosté:
$x \neq y, \mathrm{f}(x) \neq f(y)$

Zobrazení prosté a na: Zobrazení bijektivní

Inverzní funkce k prosté funkci $f(x)$ je f^{-1}, která každému $y \in H(f)$ přiřadí právě to $x \in D(f)$, pro které je $f(x) = y$.

Dokažte, že funkce $f: y = 2x + 1, x \in R$, je rostoucí (a tedy prostá).

Určete funkci k ní inverzní f^{-1}.

Řešení: Je zřejmé, že oborem hodnot $H(f) = R$

Funkce f je rostoucí, neboť pro $\forall x_1, x_2 \in R$ platí:

je-li $x_1 < x_2$, pak je $2x_1 + 1 < 2x_2 + 1$, takže $f(x_1) < f(x_2)$.

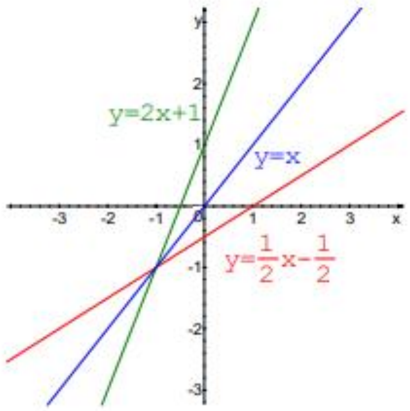
Funkce je rostoucí, tedy prostá, a proto k ní existuje funkce inverzní f^{-1}, která je také rostoucí. Její funkční předpis určíme tak, že z rovnice $y = 2x + 1$ vyjádříme x:

$x = \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}, \quad y \in R$

a po záměně proměnných máme

funkční předpis pro funkci inverzní

$f^{-1}: y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}, D(f^{-1}) = H(f) = R$.



Dokažte, že funkce $f: y = \sqrt{x} + 2, x \in < 0, \infty)$, je rostoucí (a tedy prostá).

Určete funkci k ní inverzní f^{-1}.

Rozhodněte, ke kterým z daných funkcí existují funkce inverzní v definičním oboru, a svoje tvrzení zdůvodněte.

a) $y = 2x - 1$ c) $y = 3^x$ e) $y = |x|$

b) $y = x^2 - 2x$ d) $y = \log_{\frac{1}{4}} x$ f) $y = \sqrt{x}$

Ve druhém sloupci najděte funkce inverzní k funkcím v prvním sloupci:

$$f_1(x) = \frac{1}{x+2}, \quad g_1(x) = \frac{x}{1-x},$$

$$f_2(x) = \frac{x}{x-1}, \quad g_2(x) = \frac{x}{x-1},$$

$$f_3(x) = 3 + \frac{1}{x}, \quad g_3(x) = \frac{1}{x} - 2,$$

$$f_4(x) = \frac{x}{2} - 2, \quad g_4(x) = \frac{1}{x-3},$$

$$f_5(x) = \frac{x}{x+1}, \quad g_5(x) = 2x + 4.$$

Definiční obor funkce

Určete definiční obory uvedených funkcí:

$f_1(x) = x^2 + 3x - 1$

$f_2(x) = \dfrac{x+1}{x-3}$

$f_3(x) = \dfrac{x}{13x^2 + 10x - 3}$

$f_4(x) = \dfrac{x^2+1}{x^2+x+1}$

$f_5(x) = \dfrac{1}{|x+3| - 4}$

$f_6(x) = \sqrt{x+2}$

$f_7(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2x^2 + 3x - 2}}$

$f_8(x) = \sqrt{\dfrac{x+2}{4x-6}}$

$f_9(x) = \dfrac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{4x-6}}$

$f_{10}(x) = \sqrt{x+4} + \sqrt{\dfrac{7}{10-x}}$

$f_{11}(x) = \log(x-3)$

$f_{12}(x) = \dfrac{1}{\log_2(x+4) - 3}$

$f_{13}(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{3}}(2x+1)}$

$f_{14}(x) = \sqrt{\log_5 x + 1}$

Funkce *f* se nazývá **sudá,** právě když zároveň platí:

1. Pro každé $x \in D(f)$ je také $-x \in D(f)$.

2. Pro každé $x \in D(f)$ je $f(-x) = f(x)$.

Graf sudé funkce je souměrný podle osy y.

Funkce *f* se nazývá **lichá**, právě když zároveň platí:

1. Pro každé $x \in D(f)$ je také $-x \in D(f)$.

2. Pro každé $x \in D(f)$ je $f(-x) = -f(x)$.

Graf liché funkce je souměrný podle počátku soustavy souřadnic Oxy.

Není-li splněna ani jedna z uvedených podmínek, není funkce ani sudá ani lichá.

Rozhodněte, zda je funkce sudá či lichá: $y = 3x^2 - \dfrac{x^4 - 5}{x^2}$.

1. Rozhodněte, zda je funkce sudá či lichá:

a) $y = 3x^3 - \dfrac{x^4 + 2x - 5}{x - 2}$, b) $y = -\dfrac{x - 5x^3}{x^2}$, c) $y = x(\cos x - x \sin x)$,

d) $y = x \ln 2^x$, e) $y = \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$, f) $y = x(x^3 - x^2 \sin x)$,

g) $y = x^2 + 2x - 5$.