Limity

Vypočtěte limity funkcí:

a) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{3x+4}{x^2+1}$

b) $\lim\limits_{x\to \frac{1}{6}\pi} \sin x$

c) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{3x^2-x}{x}$

d) $\lim\limits_{x\to -1} \frac{x^2+4x+3}{x^3+1}$

Vypočtěte limity funkcí:

a) $\lim\limits_{x\to -4} \frac{x^2-16}{x+4}$

b) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^3-1}{x-1}$

c) $\lim\limits_{x\to -3} \frac{x^2+2x-3}{x+3}$

d) $\lim\limits_{x\to -2} \frac{x^2+x-2}{x^2+5x+6}$

e) $\lim\limits_{x\to -3} \frac{x+3}{\sqrt{x+4}-1}$

f) $\lim\limits_{x\to 7} \frac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}$

Derivace

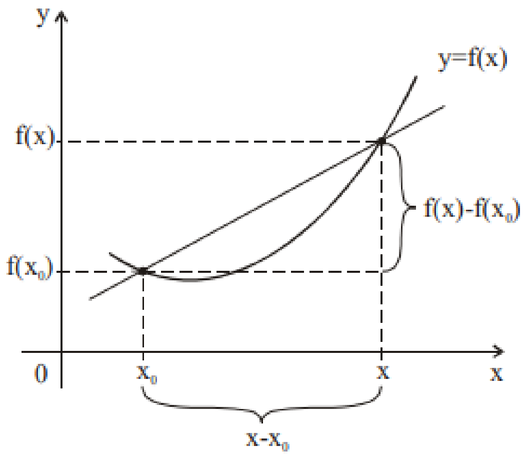
Definice 3.1.1.

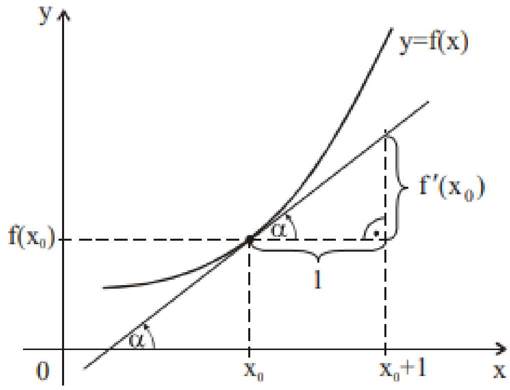
Definujme funkci $f_{x_0}(x) = \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ pro $x \in D_f \setminus \{x_0\}$, kde $x_0 \in D_f \cap D'_f$.

Existuje-li vlastní limita

$$\lim_{x\to x_0} f_{x_0}(x) = \lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = f'(x_0),$$

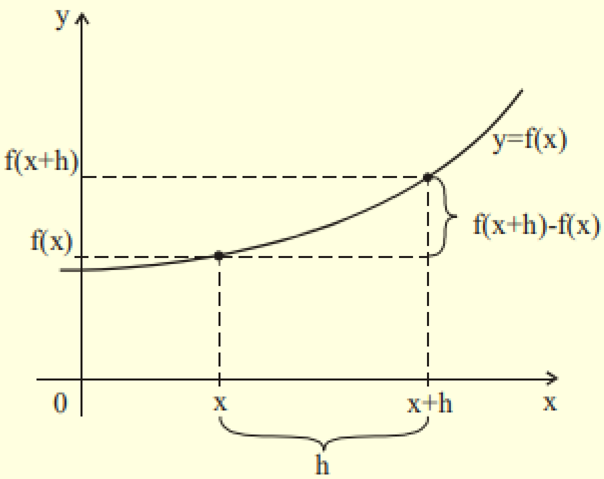
říkáme, že **funkce** $f(x)$ **má v bodě** x_0 **derivaci** $f'(x_0)$.





Provedeme-li označení v definici 3.1.1 podle obr. 40, můžeme psát

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}.$$



Dokažte, že pro $n \in \boldsymbol{N}$ platí $(x^n)' = nx^{n-1}$.

4.1 Na základě definice derivace funkce v bodě vypočtěte derivace funkcí:

a) $y = 5$ b) $y = 2x$

c) $y = x^3 - 1$ d) $y = -3x + 1$

4.2 Na základě definice derivace funkce v bodě vypočtěte derivace funkcí:

a) $y = 1 - x^2$ b) $y = x^2 + x + 1$

c) $y = \dfrac{1}{x}$ d) $y = x + \dfrac{1}{x}$

Derivace elementárních funkcí

Derivace elementárních funkcí

$f(x)$	$f'(x)$	*pozn.*
c	0	$c = const.$
x^n	nx^{n-1}	$n \in \mathbb{R}$
e^x	e^x	
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	
a^x	$a^x \ln a$	$a > 0, a \neq 1$
x^x	$x^x(1 + \ln x)$	
$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$	$a > 0, a \neq 1$
$\sin x$	$\cos x$	
$\cos x$	$-\sin x$	
$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	
$\operatorname{cotg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$	
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$	
$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$	
$\operatorname{arctg} x$	$\frac{1}{1 + x^2}$	$= -(\operatorname{arccot} x)'$