Tabulka základních neurčitých integrálů:

[1.]	$\int 0 dx = C$	
[2.]	$\int 1 dx = x + C$	
[3.]	$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$	pro $x > 0,\ n \neq -1$
[4.]	$\int \frac{1}{x} dx = \ln\lvert x\rvert + C$	pro $x \neq 0$
[5.]	$\int \sin x\, dx = -\cos x + C$	
[6.]	$\int \cos x\, dx = \sin x + C$	
[7.]	$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C$	pro $x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2},\quad k \in \boldsymbol{Z}$
[8.]	$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{cotg} x + C$	pro $x \neq k\pi,\quad k \in \boldsymbol{Z}$
[9.]	$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C$	pro $x \in (-1,1)$
[10.]	$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \operatorname{arctg} x + C$	
[11.]	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	pro $a > 0,\ a \neq 1$

[12.]	$\int e^x dx = e^x + C$	
[13.]	$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln\lvert f(x)\rvert + C$	
[14.]	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$	pro $a > 0$
[15.]	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$	pro $x \in (-a, a),\ a > 0$
[16.]	$\int f(ax+b) dx = \frac{1}{a} F(ax+b) + C$	pro $a \neq 0$

Příklad 2

Vypočtěte:

a) $\int (x^3 - 6x + 7)\,\mathrm{d}x$

b) $\int (x-2)^2(x^2+1)\,\mathrm{d}x$

c) $\displaystyle\int \frac{2x^5 - 3x^3 + 1}{4x^3}\,\mathrm{d}x$

d) $\displaystyle\int \frac{x^2\sqrt[3]{x^2} - 5\sqrt[4]{x}}{x\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$

5.1 Vypočtěte:

a) $\int 3x^5\,\mathrm{d}x$

b) $\displaystyle\int \frac{1}{x^4}\,\mathrm{d}x$

c) $\int \sqrt[7]{x^3}\,\mathrm{d}x$

d) $\int x^3\sqrt[5]{x^2}\,\mathrm{d}x$

e) $\displaystyle\int \frac{x^2\sqrt{x}}{x^5}\,\mathrm{d}x$

f) $\displaystyle\int \sqrt[5]{\frac{x\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}}}\,\mathrm{d}x$

5.2 Vypočtěte:

a) $\int (5x^6 - 2x^4 + 3x - 1)\,\mathrm{d}x$

b) $\int (2x-3)^2\,\mathrm{d}x$

c) $\int (x^2-1)(x+2)^2\,\mathrm{d}x$

d) $\int (5a+2x)^3\,\mathrm{d}x$, $a \in \mathsf{R}$

Tři nejzákladnější metody integrace: 1) přímá, 2) per partes 3) substituční

2) per partes

Věta 1.3.1. (Integrování per partes, čili po částech)

Mají-li funkce $u(x)$ a $v(x)$ v intervalu (a,b) spojitou derivaci, pak v (a,b) platí

$$\int u'(x)\cdot v(x)\,dx = u(x)\cdot v(x) - \int u(x)\cdot v'(x)dx\ .$$

Poznámka

Integrační metoda se nazývá per partes (po částech), neboť se integrál z funkce $f(x)=u'(x)\cdot v(x)$ *vypočte jen zčásti. Zbývá totiž vypočíst další integrál z funkce* $g(x)=u(x)\cdot v'(x)$. ***Integrování metodou per partes vyžaduje určitou „prozíravost", abychom*** *volili funkce* $u'(x)$ *a* $v(x)$ *tak, aby byl integrál* $\int g(x)dx = \int u(x)\cdot v'(x)dx$, *pokud možno, jednodušší.*

Příklad 1.3.1. Vypočtěte integrál $\int (x^2+x)\cos x\,dx$

Řešení:

Použijeme metodu per partes, přičemž položíme

$$u' = \cos x\ , \qquad v = x^2 + x\ ,$$

takže $\quad u = \sin x\ , \qquad v' = 2x+1\ .$

Proto je $\quad \int (x^2+x)\cos x\,dx = (x^2+x)\sin x - \int (2x+1)\sin x\,dx\ .$

K výpočtu posledního integrálu opět použijeme metody per partes, přičemž položíme

$$u' = \sin x\ , \qquad v = 2x+1\ ,$$

takže $\quad u = -\cos x\ , \qquad v' = 2\ .$

Dostaneme $\int (2x+1)\sin x\,dx = -(2x+1)\cos x + 2\int \cos x\,dx = -(2x+1)\cos x + 2\sin x + C_1\ .$

Je tedy $\quad \int (x^2+x)\cos x\,dx = (x^2+x)\sin x + (2x+1)\cos x - 2\sin x + C\ .$

Kdybychom v daném integrálu zvolili $u' = x^2 + x\ ,\ v = \cos x\ ,$

bylo by $u = \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{x^2}{2}\quad v' = -\sin x$ a daný integrál bychom dostali ve tvaru

$\int (x^2+x)\cos x\,dx = \left(\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{x^2}{2}\right)\cos x + \int \left(\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{x^2}{2}\right)\sin x\,dx$, což je integrál složitější než původní.

Příklad 1.3.2. Vypočtěte integrál $\int x^2 \ln x \, dx$

Příklad 1.3.4. Vypočtěte integrál $\int x^2 e^{-x} dx$.