Řady funkcí, mocninné řady

Příklad 1. Určete obor bodové konvergence řad:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{nx}}{n^2}$, $[(-\infty, 0]]$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(x^2-1\right)^n$, $\left[\left(-\sqrt{2}, 0\right) \cup \left(0, \sqrt{2}\right)\right]$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+x)^{n+1}}{x^2}$, $[(-2, 0)]$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x+1}{x+2}\right)^n$, $\left[\left(-\frac{3}{2}, \infty\right)\right]$

Příklad 2. Určete poloměr konvergence a obor bodové konvergence řad:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}\,(x-3)^n}{n}$, $\left[R=\frac{1}{2}, O=\left[\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right)\right]$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2\,(x-1)^n}{2^{2n+1}}$, $[R=4, O=(-3, 5)]$

c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-5)^{n+1}}{n!}$, $[R=\infty, O=(-\infty, \infty)]$

d) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{9^n}$, $[R=3, O=(-3, 3)]$

e) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!\,(x+6)^n}{2^n}$, $[R=0, O=\{-6\}]$

f) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^{2n}\,(x+1)^n}{n+2}$, $\left[R=\frac{1}{9}, O=\left[-\frac{10}{9}, -\frac{8}{9}\right)\right]$

g) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-4)^n\,x^{2n+1}}{n+1}$, $\left[R=\frac{1}{2}, O=\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]\right]$

h) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+5)^{n+2}}{n+1}$, $[R=1, O=[-6, -4)]$