Fourierovy řady

Příklad 1. Určete rozvoj periodické funkce f ve Fourierovu řadu a rozhodněte, zda řada konverguje k dané funkci. Funkce f je na základním intervalu periodicity dána předpisem:

a) $f(x) = x, x \in (-1, 1]$, $\left[2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \sin(n\pi x)}{n\pi}\right]$

b) $f(x) = 1$ pro $x \in [0, 1]$, $f(x) = -1$ pro $x \in (-1, 0)$, $\left[\frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(2n+1)\pi x}{2n+1}\right]$

c) $f(x) = 1$ pro $x \in [0, 2]$, $f(x) = 0$ pro $x \in (-2, 0)$, $\left[\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2}\right]$

d) $f(x) = 1 - x,\ x \in [0, 1)$. $\left[\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 2n\pi x}{n\pi}\right]$

Příklad 2. Určete rozvoj funkce f v zadaný typ řady a množinu, na které daná řada konverguje k funkci f:

a) sinová řada funkce $f(x) = 1,\ x \in [0, 2]$, $\left[\frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2}, (0, 2)\right]$

b) kosinová řada funkce $f(x) = 1 - x,\ x \in [0, 1]$, $\left[\frac{1}{2} + \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos(2n+1)\pi x}{(2n+1)^2}, [0, 1]\right]$

c) sinová řada funkce $f(x) = x,\ x \in [0, 1]$, $\left[2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \sin(n\pi x)}{n\pi}, [0, 1)\right]$

d) kosinová řada funkce $f(x) = x^2,\ x \in [0, \pi]$. $\left[\frac{\pi^2}{3} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos(nx)}{n^2}, [0, \pi]\right]$