

Dvojný a trojný integrál

Příklad 1. Vypočtěte zadané integrály a graficky znázorněte množinu M .

a) $\iint_M e^{2x+y} dx dy$, kde $M = [1, 2] \times [0, 1]$. $\left[\frac{e^5 - e^4 - e^3 + e^2}{2} \right]$

b) $\iint_M xy dx dy$, kde $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$. $\left[\frac{1}{8} \right]$

c) $\iint_M x dx dy$, kde $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : y^2 \leq x \leq y\}$. $\left[\frac{1}{15} \right]$

d) $\iint_M xy^3 dx dy$, kde M je trojúhelník s vrcholy $[1, 1]$, $[2, 1]$ a $[2, 2]$. $\left[\frac{9}{4} \right]$

e) $\iint_M x + 2y dx dy$, kde $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y \leq x\}$. $\left[\frac{13}{60} \right]$

f) $\iiint_M \frac{1}{1+x^2} dx dy dz$, kde $M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1 - y\}$. $\left[\frac{\pi}{8} \right]$

g) $\iiint_M yz dx dy dz$, kde $M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, 0 \leq x, 0 \leq y, 0 \leq z\}$. $\left[\frac{1}{15} \right]$

h) $\iiint_M x dx dy dz$, kde M je čtyřstěn s vrcholy $[0, 0, 0]$, $[1, 0, 0]$, $[0, 1, 0]$ a $[0, 0, 4]$. $\left[\frac{1}{6} \right]$

i) $\iiint_M y dx dy dz$, kde $M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z \leq 1\}$. $[0]$

j) $\iiint_M \sqrt{1-x^2} dx dy dz$, kde $M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 : x^2 + z^2 \leq 1, y \in [0, 2]\}$. $\left[\frac{16}{3} \right]$