Křivkový integrál

Příklad 1. Graficky znázorněte množinu k a vypočtěte:

a) $\displaystyle\int_k x \, \mathrm{d}s$, kde $k = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 2x + y^2 = 8\}$. $[6\pi]$

b) $\displaystyle\int_k xy \, \mathrm{d}s$, kde $k = \left\{[x,y] \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{4} + y^2 = 1, x \geq 0, y \geq 0\right\}$. $\left[\frac{14}{9}\right]$

c) $\displaystyle\int_k x + z \, \mathrm{d}s$, kde $k = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 9, z = 1\}$. $[6\pi]$

d) $\displaystyle\int_k \sqrt{1 + 18x^2} \, \mathrm{d}s$, kde $k = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 2y^2 = z, y = x, x \in [0,1]\}$. $\left[7\sqrt{2}\right]$

e) $\displaystyle\int_k x + y + z \, \mathrm{d}s$, kde k je úsečka spojující body $[0,0,0]$ a $[1,1,2]$. $\left[2\sqrt{6}\right]$

f) $\displaystyle\int_k \sqrt{1 - 2x^2} \, \mathrm{d}s$, kde $k = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, y = x, x \geq 0, z \geq 0\}$. $[1]$

g) obsah plochy ohraničené křivkou $k = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2 : x = \cos^3 t, y = \sin^3 t, t \in [0, 2\pi]\}$. $\left[\frac{3\pi}{8}\right]$

h) $\displaystyle\int_k x \, \mathrm{d}x + z \, \mathrm{d}y + y \, \mathrm{d}z$, kde $k = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 1, z = y\}$ probíhá body $[1,0,0]$, $[0,1,1]$ a $[-1,0,0]$ v uvedeném pořadí. $[0]$

i) $\displaystyle\int_k y \, \mathrm{d}x + z \, \mathrm{d}y + x \, \mathrm{d}z$, kde k je úsečka s počátečním bodem $[3,3,3]$ a koncovým bodem $[0,0,1]$. $\left[-\frac{27}{2}\right]$

j) $\displaystyle\int_k x \, \mathrm{d}x + y \, \mathrm{d}y + z \, \mathrm{d}z$, kde k je úsečka s počátečním bodem $[5,2,1]$ a koncovým bodem $[0,0,0]$. $[-15]$

k) $\displaystyle\int_k x \, \mathrm{d}x + y \, \mathrm{d}y + z \, \mathrm{d}z$, kde $k = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x = \cos t, y = \sin t, z = 2t, t \in [0, 4\pi]\}$ s počátečním bodem $[1,0,0]$. $[32\pi^2]$

l) $\displaystyle\int_k x\,\mathrm{d}x + y\,\mathrm{d}y + z\,\mathrm{d}z$, kde $k = \left\{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 1, y = x, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\right\}$ s počátečním bodem $[0,0,1]$. $[0]$

m) $\displaystyle\int_k y\,\mathrm{d}x + z\,\mathrm{d}y + x\,\mathrm{d}z$, kde $k = \left\{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x^2 + (y-2)^2 = 1, z = 3\right\}$ probíhající body $[0,3,3]$, $[-1,2,3]$ a $[0,1,3]$ v uvedeném pořadí. $[-\pi]$