

Greenova věta, potenciální vektorové pole

Příklad 1. Graficky znázorněte množinu k a vypočtěte:

a) $\oint_k (x + y) dx + (x - y) dy$, kde křivka $k = \left\{ [x, y] \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1 \right\}$ je kladně orientovaná. [0]

b) $\oint_k 2 dx - (x + 2y) dy$, kde k je kladně orientovaná křivka, která tvoří obvod trojúhelníka s vrcholy $[-1, 0]$, $[2, 0]$ a $[0, 2]$. [-3]

c) $\oint_k x^2 dx + y^2 dy$, kde k je záporně orientovaná kružnice se středem $[2, 0]$ a poloměrem 1. [0]

d) $\oint_k y^2 dx + x^2 dy$, kde k je kladně orientovaná křivka, která tvoří obvod množiny $M = \{ [x, y] \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 2x + y^2 \leq 3, y \geq 0 \}$. $\left[4\pi - \frac{32}{3} \right]$

Příklad 2. Vypočtěte:

a) $\int_{[0,0]}^{[1,2]} (2xy + 1) dx + (x^2 + 2y) dy$. [7]

b) $\int_{[0,0]}^{[1,\pi]} (2x \sin y + 2y) dx + (x^2 \cos y + 2x + 1) dy$. [3 π]

c) $\int_{[0,0]}^{[2,1]} (x^2 - y^2) dx + (1 - 2xy) dy$. $\left[\frac{5}{3} \right]$

d) $\int_{[0,0,1]}^{[1,1,4]} yz dx + (xz + 2yz) dy + (xy + y^2 + 3z^2) dz$. [71]