Gaussova-Ostrogradského a Stokesova věta

Příklad 1. Graficky znázorněte plochu S a vypočtěte:

a) $\displaystyle\iint\limits_S x\ \mathrm{d}y\mathrm{d}z + y\ \mathrm{d}x\mathrm{d}z + z\ \mathrm{d}x\mathrm{d}y$, kde plocha S tvoří povrch kvádru $[1,3]\times[0,1]\times[0,2]$ a je orientována normálovým vektorem vně, $[12]$

b) $\displaystyle\iint\limits_S 2x\ \mathrm{d}y\mathrm{d}z + z\ \mathrm{d}x\mathrm{d}z + y\ \mathrm{d}x\mathrm{d}y$, kde plocha S tvoří povrch čtyřstěnu s vrcholy $[0,0,0]$, $[1,0,0]$, $[0,1,0]$ a $[0,0,2]$, a je orientována normálovým vektorem vně, $\left[\frac{2}{3}\right]$

c) $\displaystyle\iint\limits_S x^2\ \mathrm{d}y\mathrm{d}z + z^2\ \mathrm{d}x\mathrm{d}z + xz\ \mathrm{d}x\mathrm{d}y$, kde plocha S tvoří povrch tělesa $\left[\frac{3\pi}{4}\right]$
$M = \left\{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x^2 \geq y^2 + z^2, x \in [0,1]\right\}$ a je orientována normálovým vektorem vně,

d) $\displaystyle\iint\limits_S x^2\ \mathrm{d}y\mathrm{d}z + y^2\ \mathrm{d}x\mathrm{d}z + z^2\ \mathrm{d}x\mathrm{d}y$, kde plocha S tvoří povrch krychle $[0,2]^3$ a je orientována normálovým vektorem dovnitř. $[-48]$

Příklad 2. Graficky znázorněte křivku k a vypočtěte:

a) $\displaystyle\oint\limits_k y\ \mathrm{d}x + z\ \mathrm{d}y + x\ \mathrm{d}z$, kde křivka k tvoří obvod trojúhelníka s vrcholy $[1,0,0]$, $[0,1,0]$ a $[1,1,1]$. Křivka probíhá vrcholy v uvedeném pořadí. $\left[-\frac{1}{2}\right]$

b) $\displaystyle\oint\limits_k z\ \mathrm{d}x + x\ \mathrm{d}y + y\ \mathrm{d}z$, kde křivka k tvoří průnik plochy dané rovnicí $z = 4 - x^2 - y^2$ s částmi souřadnicových rovin, které leží v prvním oktantu. Křivka probíhá body $[2,0,0]$, $[0,2,0]$ a $[0,0,4]$ v uvedeném pořadí. $\left[\frac{32}{3} + \pi\right]$

c) $\displaystyle\oint\limits_k 2\ \mathrm{d}x + z^2\ \mathrm{d}y + x^2\ \mathrm{d}z$, kde křivka k tvoří obvod obdélníka s vrcholy $[0,0,0]$, $[1,0,0]$, $[1,1,1]$ a $[0,1,1]$. Křivka probíhá vrcholy v uvedeném pořadí. $[1]$

d) $\displaystyle\oint\limits_k xy\ \mathrm{d}x + x\ \mathrm{d}y + z\ \mathrm{d}z$, kde křivka k tvoří obvod obdélníka s vrcholy $[0,0,2]$, $[1,0,2]$, $[1,1,2]$ a $[0,1,2]$. Křivka probíhá vrcholy v uvedeném pořadí. $\left[\frac{1}{2}\right]$